

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA  
DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

**TRABALHO DE AVALIAÇÃO**

**TRATAMENTO POR FATORES: USO DO MÉTODO *BOOTSTRAP* COMO  
ALTERNATIVA AO SANEAMENTO DA AMOSTRA**

**Resumo:** *Nas avaliações de imóveis urbanos em que se utiliza o método comparativo direto de dados de mercado (via tratamento por fatores) é recomendado pela NBR 14653-2:2011 e pela norma para avaliação de imóveis urbanos do IBAPE-SP (2005), após a homogeneização da amostra coletada, o emprego de critérios estatísticos consagrados ou determinísticos de eliminação de dados discrepantes (outliers), para o saneamento da amostra. Entretanto, a exclusão indiscriminada e generalizada de observações discrepantes não coaduna com a habitual escassez de dados de oferta e/ou transação disponíveis no mercado e confronta com a teoria estatística que tipifica os casos para a rejeição de elementos atípicos. Ademais, a eliminação de observações de mercado fundamentada em procedimentos determinísticos ou embasada em suposições equivocadas de distribuição de probabilidade normal – principalmente em pequenas amostras – para os dados populacionais pode resultar em estimativas imprecisas e irrealistas. Visando lidar com estas dificuldades e ao mesmo tempo objetivando conferir cientificidade à avaliação, o presente trabalho propõe o uso de uma poderosa técnica estatística de reamostragem como forma de imprimir maior nível de precisão e fundamentação nas avaliações de imóveis via tratamento por fatores.*

**Palavras-chave:** *Avaliação de imóveis, Dados discrepantes, Reamostragem, Intervalos de confiança.*

# 1 Introdução

As avaliações de imóveis são realizadas usualmente com base no método comparativo direto de dados de mercado, em que o valor de um bem é obtido por comparação com outros de características similares. Ocorre que, após a coleta dos elementos de referência, o engenheiro de avaliações<sup>1</sup> está geralmente de posse de uma amostra composta de eventos similares entre si mas que dificilmente será homogênea o bastante para permitir uma conclusão direta quanto ao valor médio de mercado desses imóveis, tornando-se imprescindível o tratamento dos dados coletados e a homogeneização dos valores.

De acordo com a NBR 14653-2:2011 (Avaliação de Bens Parte 2: Imóveis Urbanos), no tratamento dos dados podem ser utilizados, alternativamente e em função da qualidade e da quantidade de dados e informações disponíveis:

- tratamento científico: tratamento de evidências empíricas pelo uso de metodologia científica que leve à indução de modelo validado para o comportamento do mercado;
- tratamento por fatores: homogeneização por fatores e critérios, calculados e fundamentados por metodologia científica, e posterior análise estatística dos resultados homogeneizados.

Os dois critérios acima mencionados basicamente definem as duas escolas de engenheiros avaliadores no Brasil: (i) aqueles que se utilizam dos modelos de regressão oriundos da aplicação da inferência estatística (tratamento científico) e (ii) aqueles que fazem uso da homogeneização por fatores (tratamento por fatores). Na década de 1990, o tratamento por fatores sofreu duras críticas no que tange ao uso indiscriminado de fórmulas, modelos e ponderações arbitrárias de homogeneização das discrepâncias entre os dados coletados (ver Dantas, 1998).

Para Lima (1995) as avaliações pelo método comparativo de dados de mercado (via tratamento por fatores) estavam sendo relegadas a uma segunda classe, principalmente porque os fatores de homogeneização empregados se baseavam em critérios consagrados, pelo tempo ou pelo uso, mas não derivados do comportamento do mercado.

Com o advento da NBR 14653-2:2004 (atualmente substituída pela NBR 14653-2:2011), houve um resgate do “prestígio” dos modelos de homogeneização por fatores, essencialmente devido à recomendação normativa do uso de fatores de homogeneização “fundamentados”, ou seja, inferidos no mercado e seguindo os mesmos procedimentos utilizados no tratamento científico para o ajustamento de modelos de regressão. Desta forma, eliminou-se o emprego dos fatores “consagrados” e “determinísticos”,<sup>2</sup> antes admitidos na NBR 5676 (NB-502/89).<sup>3</sup>

Diversas alternativas para a fundamentação da homogeneização podem ser observadas na literatura, algumas voltadas para a utilização direta de modelos de regressão, como em Wolferson & Torres (1980), Dantas & Cordeiro (1988) e Franchi (1992), outras

---

<sup>1</sup> Deve ser entendido por “engenheiro de avaliações” não só o próprio engenheiro como também o arquiteto, o engenheiro agrônomo ou outro profissional legalmente habilitado e especializado em avaliações.

<sup>2</sup> Alguns dos fatores “consagrados” podem ser encontrados em Fiker (1993), Meyer (2003) e Thofehr (2010).

<sup>3</sup> A NBR 5676 (NB-502) da ABNT corresponde à primeira norma brasileira para avaliação de imóveis urbanos. Revista em 1989, a norma brasileira para avaliação de imóveis urbanos foi registrada no INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial) como NBR 5676.

voltadas para a utilização de diferentes formas de obtenção de fatores de homogeneização a partir de técnicas derivadas de modelos de regressão, como em Newsome (1991) e Ghilhon (1993). Além destes trabalhos, destacamos o estudo desenvolvido por Lima (2001) que propôs um “coeficiente de homogeneização” para medir a aderência dos modelos, seja de regressão, seja de homogeneização por fatores, e demonstrou que a homogeneização utilizando tratamento por fatores pode ser preferível em relação à utilização de um modelo de regressão.

Por outro lado, de acordo com o Anexo B da NBR 14653-2:2011, apenas a determinação dos fatores de homogeneização não é suficiente para a aplicação do método comparativo de dados de mercado via tratamento por fatores, é necessário ainda que seja realizado o saneamento da amostra<sup>4</sup> mediante a utilização de critérios estatísticos consagrados de eliminação de dados discrepantes.<sup>5</sup> Semelhantemente, o item “10.6 - Aplicação dos fatores” da norma para avaliação de imóveis urbanos do IBAPE-SP (2005)<sup>6</sup> determina que o saneamento da amostra seja realizado por meio da exclusão dos eventos que sejam discrepantes em mais de 30% da média homogeneizada ( $\bar{X}$ ), um elemento por vez, iterativamente, até que todos os elementos dentro do intervalo  $\pm 30\% \times \bar{X}$  estejam considerados e os elementos alheios a ele estejam excluídos. Acontece que a eliminação de dados imobiliários discrepantes, conforme sugerido nas normas do IBAPE-SP (2005) e NBR 14653-2:2011, aparenta confrontar com os seguintes aspectos:

- a) De acordo com o Anexo B da NBR 14653-2:2011, os fatores de homogeneização – calculados em relação ao avaliando ou ao paradigma – devem estar contidos entre 0,50 e 2,00. Analogamente, a norma do IBAPE-SP (2005) estabelece que não são considerados elementos semelhantes ao avaliando aqueles cujos valores unitários, após a aplicação do conjunto de fatores, resultem numa amplitude de homogeneização aquém da metade ou além do dobro do valor original de transação (descontada a incidência do fator oferta quando couber). Aqui, registra-se que apesar dos referidos intervalos admissíveis de ajustes para os conjuntos de fatores serem uma ponderação “subjéctiva” de ambas as normas, percebe-se que já há neste primeiro momento da homogeneização a exclusão das eventuais observações que destoam demasiadamente em seus atributos do imóvel avaliando e/ou do paradigma. Note que o procedimento de sanear a amostra somente ocorrerá após a homogeneização dos dados, ou seja, depois que todas as observações são homogeneizadas por fatores calculados e situados entre 0,50 e 2,00 (no caso da NBR 14653-2:2011) ou posteriormente ao valor homogeneizado de cada elemento – depois da aplicação do conjunto de fatores – não resultar aquém da metade, ou além do dobro do valor original de transação, descontada a incidência do fator de oferta (para o caso da norma do IBAPE-SP (2005)). Por estas razões, presume-se que a amostra resultante da (primeira) homogeneização contenha dados de

---

<sup>4</sup>Segundo Cappellano (2007), o saneamento da amostra tem por finalidade a eliminação de dados discrepantes, a fim de que os eventos atípicos não “contaminem” o valor do bem ora avaliado.

<sup>5</sup>Um dado discrepante é uma observação cujo valor medido e/ou observado é atípico, pouco frequente, e aparenta não seguir a distribuição característica dos dados restantes constituintes de uma amostra. Estes dados que apresentam um grande afastamento em relação aos demais são habitualmente designados de discrepantes, discordantes, atípicos, *outliers*, espúrios, extremos ou aberrantes. Para uma discussão detalhada sobre *outliers* ver Barnett & Lewis (1994).

<sup>6</sup>Para simplificação da linguagem empregada ao longo deste trabalho, daqui em diante, salvo menção em contrário, denotaremos a “norma para avaliação de imóveis urbanos do IBAPE-SP (2005)” apenas por “norma do IBAPE-SP (2005)”.

mercado com características físicas, socioeconômicas e de localização bastante semelhantes entre si. Pelo exposto, conjectura-se que o saneamento da amostra – da forma como atualmente é proposto pela NBR 14653-2:2011 e pela norma do IBAPE-SP (2005) – é uma (segunda) tentativa *ad hoc* de expurgar os eventos atípicos de bens supostamente singulares, caros ou baratos, decorrentes de ponderações racionais e emocionais que compradores e vendedores praticam no mercado imobiliário;

- b) De acordo com o Anexo B da NBR 14653-2:2011, o saneamento da amostra deve ser realizado com base em critérios estatísticos consagrados de eliminação de dados discrepantes. Nesta eliminação, o método mais utilizado entre os avaliadores é o de Chauvenet, apresentado em diversas publicações na área de Engenharia de Avaliações, como em Moreira (1994) e Maia Neto (1992). Aqui, três observações são pertinentes:

(i) o valioso critério de Chauvenet foi criado há cerca de 150 (cento e cinquenta) anos por William Chauvenet (ver Chauvenet, 1863), a partir de um conjunto com 15 observações sobre o planeta Vênus. Chauvenet ajustou um modelo com os referidos dados e verificou que os resíduos das observações analisadas seguiam uma distribuição Gaussiana (ou distribuição normal), quando então foi estabelecido o seguinte critério para a exclusão de elementos discordantes numa amostra: “a observação discrepante suspeita ( $x_{susp}$ ) deverá ser eliminada se a probabilidade de obter um valor de  $x$  igual ao valor suspeito,  $x_{susp}$ , em  $n$  medições, for inferior a  $1/(2n)$ ”. De acordo com Holman (2001), deve-se aplicar o critério apenas 1 (uma) vez. Se diversos pontos extrapolarem o limite crítico estabelecido, é provável que o sistema de instrumentação seja inadequado, ou o processo sendo observado siga uma distribuição de probabilidade diferente da normal. É perceptível para qualquer avaliador, e mesmo para aqueles que não o são, que as suposições e premissas estabelecidas para o uso do critério de Chauvenet não podem ser generalizadas indiscriminadamente para o mercado imobiliário. É até tolerável que estas “verdades” fossem aceitas, mesmo sabendo-se da imprecisão que causavam nos trabalhos avaliatórios. Era o que se tinha de melhor. Atualmente, com as facilidades encontradas para o tratamento de dados de mercado mediante o emprego de técnicas estatísticas apropriadas, não é prudente o uso generalizado deste nem de outros critérios baseados em formulações empíricas;

(ii) apesar de ainda hoje ser utilizado em muitos exemplos práticos nas mais diversas áreas do conhecimento, principalmente em estudos “menos aprofundados”, o uso do critério de Chauvenet na Engenharia de Avaliações não implica tornar o trabalho avaliatório mais rigoroso ou preciso, ao contrário, o procedimento objetivo e quantitativo do método elimina sumariamente qualquer observação que extrapole o limite crítico estabelecido para os elementos discrepantes, independentemente de suas características físicas, socioeconômicas e de localização;

(iii) a aplicação do critério de Chauvenet é bastante questionável quando a amostra é composta de poucos elementos comparáveis, caso típico das avaliações de imóveis via tratamento por fatores, e quando não se pode assumir distribuição de probabilidade normal para os dados populacionais, caso usualmente observado

em avaliações imobiliárias (ver, por exemplo, Dantas & Cordeiro, 2000).<sup>7</sup>

Pelo exposto, conjectura-se que o saneamento da amostra mediante o uso de critérios estatísticos consagrados, como o critério de Chauvenet, pode resultar em estimativas equivocadas acerca do valor do imóvel.

- c) No mercado imobiliário existem várias razões para o aparecimento de pontos discrepantes e geralmente podem ser consequência de:
  - erros de mensuração decorrentes de registro incorreto ou equívoco em medidas ou em cálculos;
  - inadequação do elemento amostral, por apresentar determinada(s) característica(s) não presentes nos demais;
  - variabilidade inerente dos elementos da população: a observação é legítima e, apesar de nada improvável estar ocorrendo, constitui um ponto discrepante em relação aos demais. Neste caso, a distribuição populacional geralmente possui caudas pesadas e elevada curtose.

Logicamente, os “erros de mensuração” devem ser corrigidos ou, se isto for impossível, retirados do conjunto de dados. No caso de “inadequação do elemento amostral”, seria razoável estimar o valor do imóvel avaliando sem esse elemento ou então aumentar a pesquisa de forma a comportar a criação de nova(s) variável(eis) (ou fatores) para informar ao modelo essa(s) característica(s) (Grandiski & Oliveira, 2007). Contudo, nas situações em que o dado atípico é resultado da própria variabilidade inerente dos elementos da população, a observação discrepante é legítima<sup>8</sup> e merece uma análise mais detalhada. Note que no atual cenário de avaliações de imóveis via tratamento por fatores há uma evidente contraposição à teoria estatística no que tange à identificação, análise e tratamento de pontos atípicos, haja vista que apesar das causas que levam ao aparecimento de *outliers* serem diversas, nem a NBR 14653-2:2011 e nem a norma do IBAPE-SP (2005) fazem quaisquer distinções acerca dos “tipos” de observações discrepantes que devem ser eliminadas durante o saneamento da amostra. A rejeição automática de dados discrepantes não é um procedimento prudente (ver Draper & Smith, 1998). Às vezes, esse dado oferece informações que os outros pontos não dão, pois eles decorrem de uma combinação incomum de circunstâncias que podem ser de interesse vital e que exigem mais investigação e não rejeição. Para os econométricos (ver, por exemplo, Gujarati, 2006), os dados discrepantes só devem ser rejeitados se puderem ser atribuídos a causas como erros de registro ou aos aparelhos (no caso de experimentos físicos). Nos demais casos, cabe uma atenta investigação. Grandiski & Oliveira (2007), referindo-se à presença de observação discrepante legítima em modelos de regressão (via tratamento científico), ressalta que a manutenção de *outliers* pode ser imprescindível, nos casos em que o elemento avaliando dependa dele, ou quando ele incorpora novas informações ainda

---

<sup>7</sup>Em uma avaliação do mercado de apartamentos na região metropolitana do Recife, os autores verificaram que ao considerar a distribuição normal para os dados, alguns preços ajustados foram negativos, uma situação impossível de acontecer.

<sup>8</sup>Corresponde à observação que apesar de nada improvável estar ocorrendo (como erro de mensuração, inadequação do elemento amostral, entre outros fatores), constitui um ponto discrepante em relação aos demais.

não absorvidas pelos demais. Os referidos autores complementam destacando que a eliminação ou manutenção de eventuais observações discrepantes deve ser precedida de análise estatística criteriosa. Não obstante às recomendações constantes na literatura, note que nem a NBR 14653-2:2011 e nem a norma do IBAPE-SP (2005) permite que uma observação atípica, mesmo que legítima, pertença à amostra final homogeneizada (após o saneamento da amostra) se o elemento discrepante não “atender” aos requisitos citados no itens “a” e “b” anteriores. Pelo exposto, conjectura-se que o saneamento da amostra mediante a eliminação sumária de dados discrepantes aparenta ser infundada e ao mesmo tempo subjetiva o procedimento de estimação do valor via tratamento por fatores.

Acrescenta-se ainda, conforme observado por Grandiski & Oliveira (2007) e Dantas (2005), que a base da Engenharia de Avaliações é a informação e muitas vezes a falta de elementos ou dificuldades na coleta de dados imobiliários costumam ser as principais causas de falhas na obtenção do valor de mercado, razão pela qual torna-se imperativa a busca por técnicas que reduzam as perdas de informações e ao mesmo tempo aumentem a acurácia do trabalho avaliatório.

Neste sentido, o presente trabalho propõe o uso de uma poderosa técnica estatística de reamostragem, denominada *bootstrap*, como forma de imprimir maior nível de precisão e fundamentação nas avaliações de imóveis via tratamento por fatores. O método *bootstrap*, introduzido por Efron (1979), é um método de reamostragem baseado na construção de subamostras a partir de uma amostra inicial. Devido a sua generalidade, o método *bootstrap* se encaixa na solução de problemas complexos, em particular nos casos em que o número de dados é reduzido e a distribuição de probabilidade é desconhecida, pois possibilita a estimação pontual e por intervalo de diversos parâmetros de interesse.

O uso do método *bootstrap* é ilustrado neste trabalho a partir de uma aplicação com dados reais de terrenos urbanos situados na cidade de Pesqueira, Pernambuco (PE). As análises empíricas realizadas indicam que o método *bootstrap* constitui uma eficiente alternativa ao saneamento da amostra para a estimação do valor via tratamento por fatores, sobretudo, em amostras reduzidas (com poucos elementos) e em situações que a suposição de normalidade para os dados populacionais aparenta não ser razoável.

O presente trabalho está dividido em 4 (quatro) seções. Na Seção 1, destacamos os tipos de tratamento de dados previstos na NBR 14653-2:2011 quando se utiliza o método comparativo de dados de mercado e enfatizamos a evolução do tratamento por fatores ao longo dos anos, precipuamente no que tange ao emprego de fatores de homogeneização “fundamentados”. Adicionalmente, mencionamos os principais aspectos que aparentam tornar o procedimento de sanear a amostra (previsto na NBR 14653-2:2011 e na norma do IBAPE-SP (2005)) “questionável” no que tange à eficácia e fundamentação teórica. Além disto, apontamos o método *bootstrap* como uma possível alternativa ao saneamento da amostra nas avaliações de imóveis via tratamento por fatores. Na Seção 2, apresentamos o método *bootstrap* e detalhamos os principais aspectos de inferência, com ênfase para a construção de intervalos de confiança de parâmetros de interesse. Na Seção 3, aplicamos o método *bootstrap* a um conjunto de dados reais e comparamos as estimativas dos parâmetros com os resultados estimados mediante a aplicação dos critérios estabelecidos para o saneamento da amostra previstos na NBR 14653-2:2011 e na norma do IBAPE-SP (2005). Finalmente, na Seção 4, são apresentadas as considerações finais deste trabalho.

## 2 Método *bootstrap*

### 2.1 Introdução

Intervalos de confiança exatos muitas vezes são construídos por meio de soluções analíticas nem sempre simples, enquanto intervalos aproximados dependem de aproximações assintóticas nem sempre alcançadas. Uma ferramenta alternativa, eficiente não apenas para construção de intervalos de confiança mas também para estabelecer erros padrão de estimadores de interesse ou ainda quando se quer estimar a distribuição de probabilidade do estimador, são os métodos computacionalmente intensivos. Livre de complexidades analíticas, surge neste âmbito o *bootstrap*.<sup>9</sup>

O método *bootstrap*, introduzido por Efron (1979), é um método de reamostragem baseado na construção de subamostras a partir de uma amostra inicial (também denotada de amostra mestre) de tamanho  $n$  finito. A reamostragem consiste em sortear com reposição dados pertencentes a uma amostra retirada anteriormente (amostra mestre), de modo a formar uma nova amostra. Observe que a reamostragem não adiciona nenhuma informação nova à amostra original.

Em princípio pode parecer que o método *bootstrap* crie dados a partir do nada. Contudo, não estamos utilizando as observações das reamostras como se elas fossem dados reais – o *bootstrap* não é um substituto para o acréscimo de dados com o objetivo de aumentar a precisão. Em vez disso, a ideia do *bootstrap* é empregar, por exemplo, as médias das reamostras para estimar como a média amostral de uma amostra de tamanho  $n$ , extraída dessa população, varia em decorrência da amostragem aleatória.

Existem basicamente duas maneiras de se realizar o *bootstrap*: não-paramétrica e paramétrica. O *bootstrap* não-paramétrico considera que a função de distribuição dos dados  $\mathcal{F}$  é desconhecida e pode ser estimada pela distribuição empírica  $\hat{\mathcal{F}}$ . Já o *bootstrap* paramétrico considera que a função de distribuição  $\mathcal{F}$  pode ser estimada por  $\hat{\mathcal{F}}_{par}$  a partir de um modelo paramétrico conhecido para os dados.

Tendo em vista os diversos segmentos do mercado imobiliário (mercado de terrenos, de salas comerciais, de casas, de apartamentos etc. e ainda, mercado de locações e de compra e venda) e diante da impossibilidade de generalizar comportamentos mercadológicos em um país continental como o Brasil, detalharemos neste trabalho o uso do *bootstrap* não-paramétrico, haja vista que as avaliações via tratamento por fatores usualmente são realizadas com base em um número reduzido de elementos amostrais comparáveis e muitas vezes a distribuição de probabilidade da população analisada é desconhecida. Como o *bootstrap* não-paramétrico não depende da distribuição que os dados seguem (distribuição desconhecida), o mesmo pode ser utilizado para qualquer conjunto de dados, tendo então maior aplicabilidade do que o *bootstrap* paramétrico.

### 2.2 Definição e generalidades

Suponhamos que seja observada uma amostra aleatória  $w_1, w_2, \dots, w_n$  de uma distribuição  $\mathcal{F}$  estimada pela distribuição  $\hat{\mathcal{F}}$ , que pode ser paramétrica ou não. Assim,  $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  representa o vetor dos dados, para os quais se calcula o estimador  $\hat{\beta} = s(\hat{\mathcal{F}})$  de um parâmetro de interesse  $\beta = s(\mathcal{F})$ .

---

<sup>9</sup>A terminologia *bootstrap* surgiu de uma analogia com a obra do século XVIII intitulada “Aventuras do Barão de Munchausen” de autoria de Rudolph Raspe. O barão encontrava-se no fundo de um lago e se salvou puxando a si próprio para cima pelas alças de suas botas.

Consideraremos que  $\hat{\mathcal{F}}$  é a distribuição empírica de  $\mathbf{W}$ . Então uma amostra *bootstrap*  $\mathbf{W}^* = (w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*)$  é construída escolhendo-se aleatoriamente, com reposição,  $n$  elementos da amostra  $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ , sendo necessária a suposição de que cada dado tenha identicamente uma massa de probabilidade igual a  $1/n$ . Por exemplo, com  $n = 5$ , poderíamos pensar em uma amostra formada por  $\mathbf{W}^* = (w_5, w_3, w_1, w_4, w_1)$ . A replicação *bootstrap* do parâmetro de interesse para essa amostra *bootstrap* é denotada por  $\hat{\beta}^*$ . Se forem geradas  $B$  amostras *bootstrap*  $\mathbf{w}^{*1}, \mathbf{w}^{*2}, \dots, \mathbf{w}^{*B}$ , a replicação *bootstrap* do parâmetro de interesse para a  $b$ -ésima amostra é dada por

$$\hat{\beta}^*(b) = s(\mathbf{W}^{*b}), \quad (2.1)$$

ou seja, é o valor de  $\hat{\beta}$  para a amostra *bootstrap*  $\mathbf{w}^{*b}$  (Cunha & Colosimo, 2003).

Conforme Efron & Tibshirani (1993), a expressão para o estimador *bootstrap* do erro-padrão é dada por

$$\hat{\sigma}_{boot} = \sqrt{\sum_{b=1}^B \frac{[\hat{\beta}^*(b) - \hat{\beta}^*(\cdot)]^2}{B-1}}, \quad (2.2)$$

em que  $\hat{\beta}^*(\cdot) = \sum_{b=1}^B \frac{\hat{\beta}^*(b)}{B}$ ,  $\hat{\beta}^*(b)$  é descrita em 2.1 e  $B$  é o número de replicações *bootstrap*, ou seja, o estimador *bootstrap* do erro-padrão amostral é o desvio-padrão de suas replicações.

## 2.3 Intervalos de confiança *bootstrap*

Em muitas aplicações práticas de avaliações imobiliárias a estimativa intervalar do valor médio do bem pode ser considerada mais adequada do que simplesmente uma estimativa pontual. Portanto, a busca por uma estimativa intervalar precisa, com erro de cobertura pequeno, é de fundamental importância. Através da metodologia *bootstrap* é possível construir intervalos de confiança que apresentem níveis de cobertura próximos da verdadeira probabilidade de cobertura nominal. A seguir, descreveremos dois métodos diferentes para a construção de intervalos de confiança *bootstrap* denominados de *bootstrap* percentil e  $BC_\alpha$  (*Bias-Corrected and accelerated*). Para uma descrição completa e detalhada sobre a construção de intervalos de confiança *bootstrap*, ver Davison & Hinkley (1997) e Efron & Tibshirani (1993).

Acrescenta-se que a teoria aqui exposta sobre os intervalos de confiança *bootstrap* está fortemente embasada em Efron & Tibshirani (1993) e Cunha & Colosimo (2003).

### 2.3.1 Intervalo *bootstrap* percentil

Um conjunto de dados *bootstrap*  $\mathbf{W}^*$  é gerado de acordo com  $\hat{\mathcal{F}} \rightarrow \mathbf{W}^*$ . De posse desse conjunto de dados são calculadas replicações *bootstrap*  $\hat{\beta}^* = s(\mathbf{W}^*)$ . Considerando-se que  $\hat{G}$  é a estimativa da função desconhecida da distribuição acumulada de  $\hat{\beta}^*$ , o intervalo percentil de  $100(1 - 2\alpha)\%$  de confiança é definido pelos percentis  $\alpha$  e  $1 - \alpha$  de  $\hat{G}$ :

$$[\hat{\beta}_{\%,inf}^*, \hat{\beta}_{\%,sup}^*] = [\hat{G}^{-1}(\alpha), \hat{G}^{-1}(1 - \alpha)]. \quad (2.3)$$



Já que pela definição  $\hat{G}^{-1}(\alpha) = \hat{\beta}^{*(\alpha)}$  é o  $(100 - \alpha)$ -ésimo percentil da distribuição *bootstrap* de  $\hat{\beta}^*$ , podemos escrever intervalos percentis como

$$[\hat{\beta}_{\%,\text{inf}}, \hat{\beta}_{\%,\text{sup}} = [\hat{\beta}^{*(\alpha)}, \hat{\beta}^{*(1-\alpha)}]. \quad (2.4)$$

As expressões 2.3 e 2.4 referem-se à situação ideal do *bootstrap* na qual o número de replicações é infinito. Na prática devemos usar um número finito  $B$  de replicações. Para o processo, geramos  $B$  conjuntos de dados *bootstrap*  $w^{*1}, w^{*2}, \dots, w^{*B}$  e calculamos as replicações *bootstrap*  $\hat{\beta}^*(b) = s(\mathbf{W}^{*b}), b = 1, 2, \dots, B$ .

Seja  $\hat{\beta}_B^{*(\alpha)}$  o  $100\alpha$ -ésimo percentil empírico dos valores  $\hat{\beta}^*(b)$ , ou seja, o valor  $(B \cdot \alpha)$ -ésimo na lista ordenada das  $B$  replicações de  $\hat{\beta}^*$ . Assim, se  $B = 2000$  e  $\alpha = 0,05$ ,  $\hat{\beta}_B^{*(\alpha)}$  é o 100-ésimo valor ordenado das 2000 replicações. Se  $(B \cdot \alpha)$  não é um inteiro, utiliza-se o maior inteiro menor ou igual a  $(B + 1)\alpha$ .

Como a distribuição *bootstrap* de  $\hat{\beta}^*$  é aproximada, melhores resultados serão obtidos para amostras de tamanho  $n$  grande, e quanto maior for  $B$ , melhores serão os intervalos estimados. Assim, o intervalo *bootstrap* percentil aproximado de  $100(1 - 2\alpha)\%$  de confiança é

$$[\hat{\beta}_{\%,\text{inf}}, \hat{\beta}_{\%,\text{sup}} = [\hat{\beta}^{*(\alpha)}, \hat{\beta}^{*(1-\alpha)}] \text{ (ver Cunha \& Colosimo, 2003).}$$

A desvantagem do método percentil é que o intervalo de confiança resultante pode subestimar as caudas da distribuição *bootstrap*, razão pela qual o seu uso não é recomendável quando o vício e a assimetria estão presentes de forma mais intensa. Em razão disto, algumas versões “melhoradas” do método percentil podem ser observadas na literatura, sendo uma delas o  $BC_a$  (*bias-corrected and accelerated*), que apresentamos brevemente na subseção a seguir.

### 2.3.2 Intervalo *bootstrap* $BC_a$

O intervalo  $BC_a$  generaliza o intervalo *bootstrap* percentil por levar em conta as correções de tendenciosidade e assimetria. O intervalo  $BC_a$  de cobertura desejada  $100(1 - 2\alpha)\%$  é dado por

$$[\hat{\beta}_{\%,\text{inf}}, \hat{\beta}_{\%,\text{sup}} = [\hat{\beta}^{*(\alpha_1)}, \hat{\beta}^{*(\alpha_2)}], \quad (2.5)$$

sendo

$$\alpha_1 = \Phi \left( \hat{z}_0 + \frac{\hat{z}_0 + Z^\alpha}{1 - \hat{a}(\hat{z}_0 + Z^\alpha)} \right) \text{ e } \alpha_2 = \Phi \left( \hat{z}_0 + \frac{\hat{z}_0 + Z^{(1-\alpha)}}{1 - \hat{a}(\hat{z}_0 + Z^{(1-\alpha)})} \right),$$

em que  $\Phi$  é a função de distribuição da normal padrão e  $Z^\alpha$  é o  $\alpha$ -ésimo percentil da normal padrão. Para calcularmos  $\hat{z}_0$  (constante de correção de tendência) e  $\hat{a}$  (constante de aceleração para correção da assimetria) utilizamos as expressões:

$$\hat{z}_0 = \Phi^{-1} \left( \frac{\#\{\hat{\beta}^*(b) < \hat{\beta}\}}{B} \right) \text{ e } \hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\beta}_{(\cdot)} - \hat{\beta}_{(i)})^3}{6 \left\{ \sum_{i=1}^n (\hat{\beta}_{(\cdot)} - \hat{\beta}_{(i)})^2 \right\}^{3/2}}, \quad (2.6)$$

em que  $\hat{\beta}_{(i)} = s(w_{(i)})$ , com  $w_{(i)}$  sendo a amostra original com o  $i$ -ésimo valor,  $w_i$ , removido e considerando  $\hat{\beta}_{(\cdot)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_{(i)}$ . Maiores detalhes sobre o cálculo de 2.6 podem ser encontrados em Efron & Tibshirani (1993).

## 2.4 Informações adicionais sobre o método *bootstrap*

### 2.4.1 Programas computacionais

Um aspecto relevante e que deve ser considerado como uma vantagem da abordagem do método *bootstrap* diz respeito à facilidade de acesso a programas de livre distribuição, como o ambiente de programação R.<sup>10</sup> O R foi criado por Ross Ihaka e Robert Gentleman, na Universidade de Auckland, e tem as vantagens de ser de livre distribuição e de possuir código fonte aberto. R é um ambiente integrado que possui grandes facilidades para a manipulação de dados, geração de gráficos e modelagem estatística em geral. A linguagem e seus pacotes podem ser obtidos gratuitamente no endereço <http://www.r-project.org>. Mais detalhes podem ser obtidos em Venables *et al* (2009).

No ambiente de programação R, o principal “pacote”<sup>11</sup> utilizado para simulações pelo método *bootstrap* é o `boot`, em que outras funções, como a `boot.ci` e a `norm.ci`, podem ser utilizadas.

Ademais, acrescenta-se que pela simplicidade da ideia do método *bootstrap*, é possível programar, sem maiores complicações, as rotinas de reamostragem e cálculos dos intervalos de confiança em outras linguagens de programação, como em C,  $\text{0x}$ <sup>12</sup> e, até mesmo, em VBA (*Visual Basic for Applications*).<sup>13</sup>

### 2.4.2 Replicações *bootstrap*

Efron & Tibshirani (1993), Kendall & Stuart (1977) e Efron (1987) discutem a quantidade de replicações *bootstrap* necessárias para uma estimativa razoável do erro-padrão e do intervalo de confiança. Efron e Tibshirani (1993) afirmam que para obtermos uma boa estimativa do erro-padrão através do *bootstrap* são necessárias entre 25 e 200 replicações e que para uma boa estimativa dos limites de confiança seriam necessárias mais de 500 replicações.

---

<sup>10</sup>Registra-se que todas as representações gráficas e análises (estimação de parâmetros, testes de hipóteses, intervalos de confiança, entre outras investigações) realizadas ao longo deste trabalho foram produzidas no ambiente de programação R. Uma abordagem sobre o uso do R na Engenharia de Avaliações é apresentada em Florencio (2009).

<sup>11</sup>Pacotes (packages), bibliotecas ou livrarias são os nomes mais usados para designar várias funções e comandos agrupados no ambiente de programação R. Os pacotes contêm um conjunto de funções que facilitam ou possibilitam a realização das análises estatísticas.

<sup>12</sup> $\text{0x}$  é uma linguagem orientada a objetos criada por Jurgen Doornik em 1994 na Universidade de Oxford (Inglaterra). Do ponto de vista da precisão numérica,  $\text{0x}$  é uma das mais confiáveis plataformas para computação científica e caracteriza-se pela eficiência diante de tarefas computacionalmente intensivas e pela enorme gama de recursos matemáticos e estatísticos. A versão que não oferece interface gráfica está disponível gratuitamente para uso acadêmico e se encontra disponível em <http://www.doornik.com>. Mais detalhes sobre a linguagem  $\text{0x}$  podem ser obtidos em Doornik (2006).

<sup>13</sup>O *Visual Basic for Applications* (VBA) é uma implementação do *Visual Basic* da Microsoft incorporada em todos os programas do *Microsoft Office*, como o Excel. Apesar da grande popularidade do Excel entre os engenheiros avaliadores, alertamos que duras críticas têm sido realizadas pela comunidade acadêmica nos últimos anos (ver, por exemplo, McCullough & Wilson, 2005) acerca das limitações, precisão e deficiências (erros) das análises estatísticas utilizando o Excel, razão pela qual o seu emprego não tem sido incentivado e recomendado em trabalhos científicos robustos.

### 3 Análise de dados

O uso do método *bootstrap* nas avaliações imobiliárias via tratamento por fatores é ilustrado nesta seção a partir de uma aplicação com dados de terrenos urbanos situados em Pesqueira-PE. Acrescenta-se que, para o mesmo conjunto de dados, os resultados são comparados com aqueles obtidos mediante a aplicação dos critérios de saneamento da amostra atualmente recomendados na NBR 14653-2:2011 e na norma do IBAPE-SP (2005).

#### 3.1 Aplicação

O conjunto de dados a ser analisado é composto de 11 (onze) observações de terrenos urbanos sem construções edificadas, situados na cidade de Pesqueira-PE. Os dados foram coletados pelo autor deste trabalho em janeiro de 2011 e foram obtidos mediante consulta a corretores autônomos e aos proprietários dos bens. Destaca-se ainda que não constatamos quaisquer indícios de que os imóveis transacionados que compõem a amostra sejam decorrentes de negociações que não resultaram da livre negociação entre duas pessoas conhecedoras do bem e do mercado, bem como não identificamos entre os imóveis ofertados, vendedores especuladores que não têm interesse na venda efetiva do bem.

Acrescenta-se que os dados ora coletados subsidiaram a avaliação de um imóvel (terreno com área de  $600,00 m^2$ ) oferecido em garantia hipotecária para lastrear operação de crédito com uma instituição bancária, razão pela qual a descrição detalhada (endereço, nome do informante, entre outros) dos dados coletados e do imóvel avaliando foi intencionalmente omitida.<sup>14</sup> Na Figura 1 apresentamos um croqui referente à localização (distribuição espacial) dos terrenos observados (representados na cor cinza e identificados pelos números de 01 a 11) e do avaliando (representado na cor azul e identificado com a letra "A").

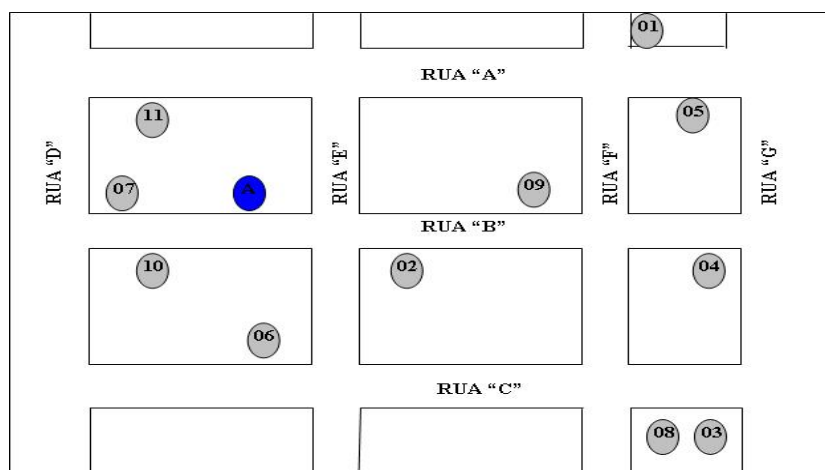


Figura 1: Croqui referente à localização (distribuição espacial) dos terrenos observados e do avaliando.

<sup>14</sup>A omissão de informações acerca da descrição dos dados coletados e do imóvel avaliando tem por objetivo preservar o sigilo do laudo de avaliação original (de uso restrito). As supressões efetuadas não resultam em perda de rigor técnico e/ou matemático neste trabalho, haja vista que as preterições não interferem na exposição do método *bootstrap* e nas conclusões extraídas.

As 11 (onze) observações coletadas tiveram seus valores unitários homogeneizados (em relação ao avaliando) mediante o emprego de fatores de homogeneização medidos no mercado, utilizando-se de regressões lineares simples.<sup>15</sup> Os fatores foram calculados em relação aos atributos: área, frente e tipo de evento (oferta ou transação), sendo o fator de localização não inserido na homogeneização por tratarem-se de dados situados relativamente próximos entre si (e comparativamente à localização do avaliando) e em contexto semelhante de aproveitamento, acessibilidade, melhoramentos públicos e de contribuição fiscal (valor cobrado pela prefeitura referente ao Imposto Predial e Territorial Urbano – IPTU). Ademais, acrescenta-se que os fatores homogeneizados foram aplicados ao valor unitário original do elemento comparativo na forma de somatório.<sup>16</sup>

Na Tabela 1 mostramos os valores unitários homogeneizados (ao qual denotaremos por VUH(0)) – anteriormente ao saneamento da amostra – dos 11 (onze) dados coletados, bem como a identificação do “tipo de evento” que deu origem às observações. Cumpre registrar que todos os fatores de homogeneização, calculados em relação ao avaliando, estão situados entre 0,50 e 2,00. Além disso, o valor homogeneizado de cada elemento após a aplicação do conjunto de fatores não resultou numa amplitude de homogeneização aquém da metade, ou além do dobro do valor original de transação (descontada a incidência do fator de oferta). Por estas razões, não foi necessária a exclusão de nenhuma observação na primeira etapa da homogeneização.

Tabela 1: Valores unitários homogeneizados VUH(0).

Elementos	Tipo de evento	VUH(0) (R\$/m <sup>2</sup> )
01	Transação	100
02	Oferta	106
03	Transação	108
04	Oferta	110
05	Oferta	111
06	Oferta	112
07	Transação	116
08	Oferta	120
09	Transação	132
10	Oferta	145
11	Transação	186

Na Tabela 2 mostramos um resumo de algumas medidas de posição e dispersão dos VUH(0), enquanto que na Figura 2 apresentamos: (i) o gráfico box-plot<sup>17</sup> dos VUH(0), sobre o qual verifica-se apenas uma observação aparentemente discrepante (elemento

<sup>15</sup>A apresentação dos cálculos referentes à obtenção dos fatores de homogeneização via regressões lineares simples foi intencionalmente omitida neste trabalho, haja vista não ser o enfoque do presente estudo a discussão das etapas que precedem o saneamento da amostra previsto nas normas do IBAPE-SP (2005) e NBR 14653-2:2011. Para uma análise detalhada sobre a obtenção de fatores de homogeneização via regressões lineares simples ver Nasser Júnior (2011).

<sup>16</sup>Adotou-se o critério recomendado na norma do IBAPE-SP (2005) de que os fatores devem ser aplicados na forma de somatório, após a consideração do fator de oferta. Acrescenta-se que a NBR 14653-2:2011 não faz quaisquer recomendações e/ou imposições acerca da forma de utilização dos fatores.

<sup>17</sup>Também denotado na literatura de “diagrama de caixas”, o gráfico box-plot é formado pelo primeiro ( $Q_1$ ) e terceiro quartil ( $Q_3$ ) e pela mediana. As hastes inferiores e superiores se estendem, respectiva-

de nº 11); (ii) o histograma dos VUH(0), em que constata-se uma distribuição assimétrica à direita. Adicionalmente, exibimos na Tabela 3 o resultado do teste de normalidade de Shapiro-Wilk<sup>18</sup> para os VUH(0), que constatou com um nível de significância de 1% que a amostra não provém de uma população com distribuição normal.

Tabela 2: Medidas de posição e dispersão dos VUH(0).

Sigla	Média	Mediana	Desvio-padrão	Mínimo	Máximo	Amplitude
VUH(0)	122,36	112,00	24.63	100,00	186,00	86,00

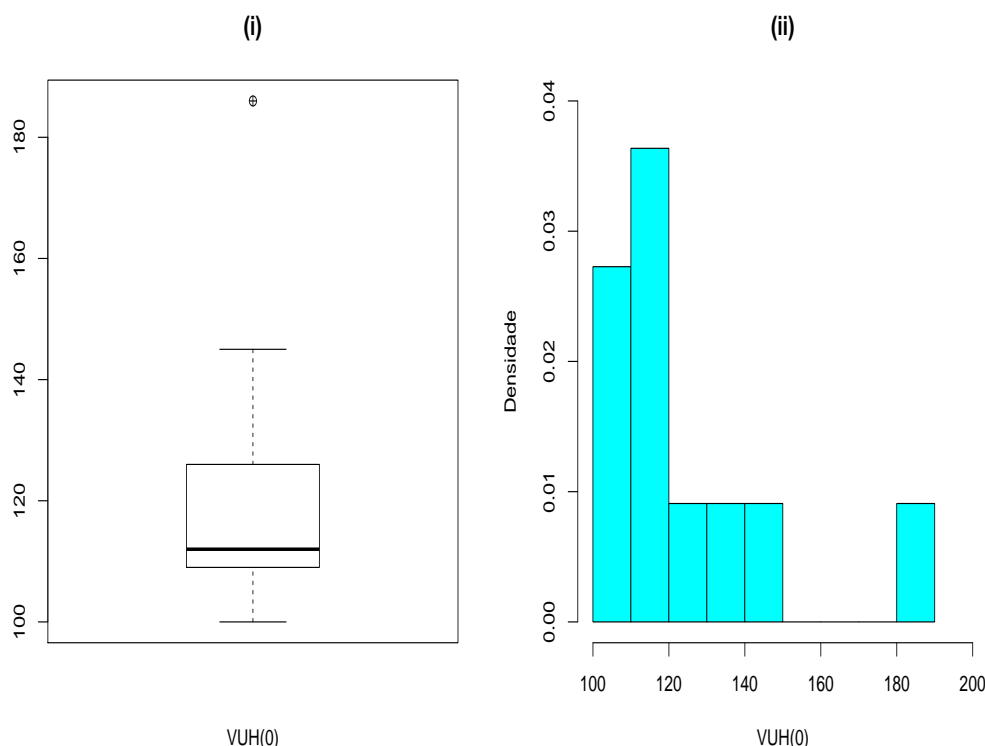


Figura 2: (i) Gráfico box-plot dos VUH(0); (ii) Histograma dos VUH(0)

Tabela 3: Teste de normalidade de Shapiro-Wilk.

Estadística (Shapiro-Wilk)	0.7691
<i>p</i> -valor	0.003698

mente, do quartil inferior até o menor valor não inferior ao limite inferior e do quartil superior até o maior valor não superior ao limite superior. Os limites são calculados da forma abaixo:

$$\text{Limite inferior} : Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1)$$

$$\text{Limite superior} : Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)$$

Os pontos fora destes limites são considerados valores discrepantes.

<sup>18</sup>Uma abordagem detalhada sobre o teste de normalidade de Shapiro & Wilk é apresentada em Shapiro & Wilk (1965).

### 3.2 Estimação do valor com base na NBR 14653-2:2011

Conforme recomendado pela NBR 14653-2:2011, procedemos o saneamento da amostra homogeneizada mediante a utilização de critérios estatísticos consagrados de eliminação de dados discrepantes – no presente caso utilizamos o critério de Chauvenet.

Para os 11 (onze) valores unitários homogeneizados constantes na Tabela 1, o ponto crítico ( $\rho_{crit}$ ) estabelecido pelo critério de Chauvenet é igual a  $\rho_{crit} = 1,99$ . De acordo com o referido critério, o elemento de nº11 é um dado discrepante e deve ser eliminado da amostra. Efetuamos novamente os cálculos dos fatores e obtivemos um novo rol de 10 (dez) valores unitários homogeneizados (ao qual denotamos por VUH(1)), cuja média saneada ( $\bar{X}_1$ ) foi de 118,00 (R\$/m<sup>2</sup>). Desta vez, o critério de Chauvenet (para um  $\rho_{crit} = 1,96$ ) considerou que o elemento de nº 10 deveria ser rejeitado. Repetimos o processo reiteradamente<sup>19</sup> e após mais três novas homogeneizações (VUH(2), VUH(3) e VUH(4)), com a exclusão total de 04 (quatro) dados da amostra inicial (elementos nºs 11, 10, 09 e 08), finalmente o critério de Chauvenet (para um  $\rho_{crit}=1,80$ ) “informa” que não há mais elementos discrepantes. Na Tabela 4 apresentamos os valores unitários homogeneizados VUH(4).

Tabela 4: Valores unitários homogeneizados VUH(4).

Elementos	Tipo de evento	VUH(4) (R\$/m <sup>2</sup> )
01	Transação	102
02	Oferta	103
03	Transação	102
04	Oferta	108
05	Oferta	116
06	Oferta	118
07	Transação	123
Média saneada ( $\bar{X}_4$ )		110,29

Note que os VUH(4) são formados por apenas 07 (sete) elementos de referência e a média saneada ( $\bar{X}_4$ ) dos referidos valores unitários homogeneizados é de 110,29 (R\$/m<sup>2</sup>), o que resulta na estimativa para o avaliando (com área de 600 m<sup>2</sup>) de R\$ 66.171,43.

### 3.3 Estimação do valor com base na norma para avaliação de imóveis urbanos do IBAPE-SP (2005)

Conforme recomendado pela norma para avaliação de imóveis urbanos do IBAPE-SP (2005), procedemos o saneamento da amostra homogeneizada mediante a exclusão dos eventos discrepantes em mais de 30% da média amostral homogeneizada, um elemento por vez, iterativamente, até que todos os elementos dentro do intervalo de  $\pm 30\% \times \bar{X}$  tenham sido considerados e os elementos alheios a ele excluídos.

<sup>19</sup>Embora o critério de Chauvenet tenha sido utilizado mais de uma vez para a eliminação das observações atípicas, tal prática não é recomendável na literatura (ver Holman, 2001).

Para os mesmos 11 (onze) valores unitários homogeneizados constantes na Tabela 1, temos que o intervalo de  $\pm 30\% \times \bar{X}$  corresponde à semi-amplitude de 85,65 a 159,07 ( $R\$/m^2$ ). Na primeira tentativa de sanear a amostra, o elemento de nº 11 ficou fora do intervalo “admissível” estabelecido anteriormente, razão pela qual foi eliminado da amostra. Efetuamos novamente os cálculos dos fatores e obtivemos um novo rol de 10 (dez) valores unitários homogeneizados (ao qual denotamos por VUH(I), cuja média saneada ( $\bar{X}_I$ ) foi de 118,00 ( $R\$/m^2$ ). Desta vez, o critério sugerido da norma do IBAPE-SP (2005) considera que o elemento de nº 10 deve ser rejeitado. Somente na terceira tentativa de saneamento da amostra, ao qual denotamos por VUH(II), o critério da norma do IBAPE-SP (2005) “informa” que não há mais elementos discrepantes. Na Tabela 5 apresentamos os valores unitários homogeneizados VUH(II).

Tabela 5: Valores unitários homogeneizados VUH(II).

Elementos	Tipo de evento	VUH(II) ( $R\$/m^2$ )
01	Transação	104
02	Oferta	110
03	Transação	111
04	Oferta	107
05	Oferta	108
06	Oferta	111
07	Transação	123
08	Oferta	120
09	Transação	131
Média saneada ( $\bar{X}_{II}$ )		113,89

Note que os VUH(II) são formados por apenas 09 (nove) elementos de referência e a média saneada ( $\bar{X}_{II}$ ) dos referidos valores unitários homogeneizados é de 113,89 ( $R\$/m^2$ ), o que resulta na estimativa para o avaliando (com área de 600  $m^2$ ) de R\$ 68.333,33.

### 3.4 Estimação do valor com base no método *bootstrap*

A partir dos 11 (onze) valores unitários homogeneizados (VUH(0)) constantes na Tabela 1, foram realizadas 5.000 (cinco mil) replicações *bootstrap* e calculado o intervalo de confiança para a média com grau de confiança de 80%. O uso do método *bootstrap* percorreu as seguintes etapas:

1. Com base na amostra “mestre” (formada pelos VUH(0)) e a partir de um gerador de números pseudo-aleatórios,<sup>20</sup> foram geradas 5.000 reamostras (de tamanho 11 e com reposição) e calculadas as respectivas médias (estimativas *bootstrap*) das reamostras (ver Tabela 6):

<sup>20</sup>O gerador de números pseudo-aleatórios utilizado neste trabalho foi o desenvolvido por Marsaglia (1997). Trata-se de um gerador de números pseudo-aleatórios uniformes com período aproximado de  $2^{60}$ .

Tabela 6: Amostra mestre, reamostras e médias das reamostras.

Observações	Amostra mestre	Reamostra 1	Reamostra 2	...	Reamostra 5000
1	100	112	120		106
2	106	132	106		111
3	108	111	186		112
4	110	110	106		186
5	111	120	110		145
6	120	108	111		132
7	116	120	116		106
8	120	145	145		132
9	132	112	112		112
10	145	120	106		110
11	186	100	108		116
Média	122,36	117,27	120,55		124,36

2. A partir das estimativas *bootstrap* das médias das reamostras, construiu-se o gráfico quantil-quantil plot normal<sup>21</sup> com o objetivo de comparar os quantis da distribuição empírica da média com os quantis da distribuição teórica normal (ver Figura 3). Conforme pode-se verificar no referido gráfico, a distribuição das médias das reamostras aparenta não seguir uma distribuição de probabilidade normal, o que também pode ser constatado no gráfico box-plot das médias das reamostras (ver Figura 4), em que percebe-se uma distribuição assimétrica à direita;

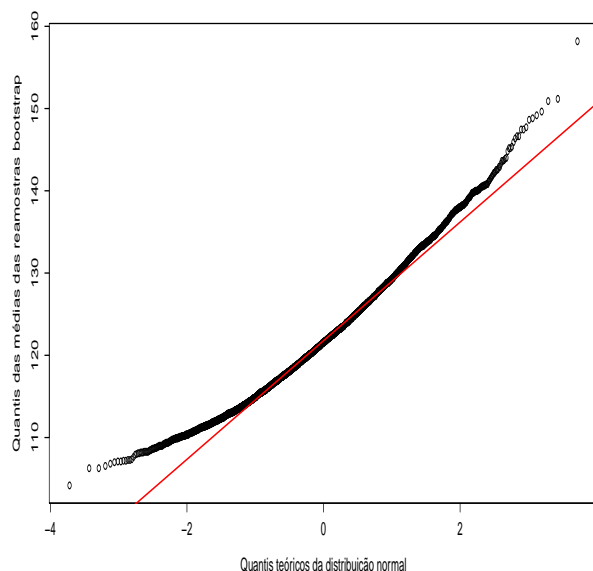


Figura 3: Gráfico qq-plot normal.

<sup>21</sup> Um quantil-quantil plot normal ou QQ-plot normal é um gráfico que confronta os quantis da amostra analisada com os quantis de uma distribuição normal. Se a amostra tiver sido retirada de uma população com distribuição normal o gráfico deve assemelhar-se a um conjunto de pontos mais ou menos sobre uma reta. Caso contrário, deverão surgir zonas de não-linearidade no gráfico.



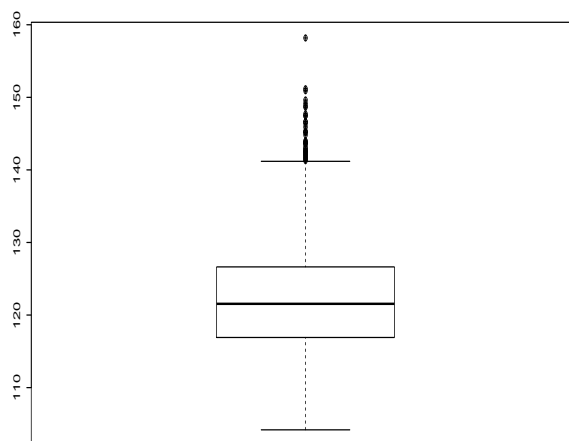


Figura 4: Gráfico box-plot das médias das reamostras.

3. O intervalo de confiança (com grau de confiança de 80%) para a média calculado com base no método percentil (ver a Subseção 2.3.1) foi igual a  $[113,4; 131,9]$ . Porém, como a suposição de normalidade não se verificou para a distribuição de probabilidades da média, bem como constatou-se uma assimetria à direita na distribuição e um vício de  $-0,2078$  na estimativa da média (a estimativa *bootstrap* pontual para a média foi de 122,15), é aconselhável o cálculo do intervalo de confiança por métodos que levem em consideração estas características, como o  $BC_a$  (ver a Subseção 2.3.2);
4. O intervalo de confiança (com grau de confiança de 80%) para a média calculado com base no método  $BC_a$  foi igual a  $[115,2; 135,2]$ . Note que como o vício foi negativo, isto é, a estimativa *bootstrap* subestimou o valor da estatística, observa-se que o intervalo de confiança  $BC_a$  corrigiu e ampliou o intervalo de confiança para a direita;
5. Com base no intervalo de confiança (grau de confiança de 80%) definido pelo método *bootstrap*  $BC_a$ , arbitramos o valor do terreno avaliando (área de 600,00 m<sup>2</sup>) em:

VALOR DO IMÓVEL	
Limite inferior	R\$ 69.120,00
Limite superior	R\$ 81.120,00

É importante destacar, conforme observado por Grandiski & Oliveira (2007), que no caso do mercado imobiliário, os preços dos imóveis são examinados por vendedores e compradores de forma subjetiva e, por isso, suas características, qualidades, defeitos, utilidades, necessidades etc. são ponderados de formas diferentes ao longo do tempo, dependendo, inclusive, dos usos e costumes locais. Isso justifica a diversidade dos preços ofertados e transacionados, mesmo para elementos muito semelhantes, explicitando que o mercado imobiliário não tem tendências determinísticas na definição de um único valor de mercado mas sim de uma faixa normal de oscilação de preços.

### 3.5 Conclusões sobre a aplicação

Conforme evidenciado nesta aplicação, os valores unitários homogeneizados VUH(0) não seguem uma distribuição de probabilidade normal e os *outliers* presentes na amostra, apesar de discrepantes, são legítimos e decorrem da própria variabilidade dos elementos constituintes do conjunto de dados. Apesar disso, as supostas observações discrepantes foram objetivamente e sumariamente eliminadas da amostra quando utilizado o critério de Chauvenet e o procedimento determinístico sugerido pela norma do IBAPE-SP (2005), não sendo ponderados quaisquer aspectos acerca dos dados atípicos. Em virtude disto, alguns dados de mercado com informações importantes sobre imóveis transacionados (como os elementos de n°s 09 e 11) foram excluídos durante o saneamento amostral, o que também aconteceu com os elementos de n°s 08 e 10, que possuíam características físicas e locais bastante semelhantes às do avaliando. Aqui, cumpre registrar que a subjetividade do trabalho avaliatório torna-se tão acentuada que para o mesmo conjunto de dados o gráfico box-plot considerou que há apenas um dado discrepante (elemento de n° 11), o critério de Chauvenet identificou quatro observações atípicas (elementos de n°s 08, 09, 10 e 11) e o procedimento determinístico sugerido pela norma do IBAPE-SP (2005) indicou dois pontos espúrios (elementos de n°s 10 e 11).

O método *bootstrap*, em contrapartida, não excluiu as observações discrepantes – que vale ressaltar são legítimas – e as levou em consideração para a estimativa do parâmetro de interesse. Contrariamente, o critério de Chauvenet e o procedimento determinístico sugerido pela norma do IBAPE-SP (2005) ignoraram esta característica e “forçaram” os dados amostrais a um comportamento “normal”, usualmente observado em outros fenômenos e/ou experimentos da natureza, mediante a exclusão indiscriminada dos supostos *outliers*.

Vale salientar ainda que o emprego do método *bootstrap* possibilitou a estimativa pontual e intervalar do parâmetro de interesse – mesmo no caso em que a distribuição de probabilidade do parâmetro era desconhecida – sem a necessidade de exaustivos, complicados e muitas vezes inviáveis cálculos analíticos. Perceba que os valores estimados para o avaliando pelo critério de Chauvenet (ou seja, R\$ 66.171,43) e pelo procedimento determinístico sugerido pela norma do IBAPE-SP (2005) (ou seja, R\$ 68.333,33) não estão contidos no intervalo de confiança *bootstrap* (com grau de confiança de 80%) estabelecido para o imóvel (ou seja, [R\$ 69.120,00; R\$ 81.120,00]).

Em virtude do exposto, constata-se que o emprego do critério de Chauvenet e do procedimento determinístico sugerido pela norma do IBAPE-SP (2005) podem resultar em estimativas irrealistas e equivocadas. Nestes casos, qualquer tentativa de construção de intervalos de confiança (em torno da estimativa de tendência central) baseada na distribuição *t* de *Student* seria descabida.

## 4 Considerações finais

No desenvolvimento deste trabalho foi apresentada uma poderosa técnica estatística de reamostragem, denominada *bootstrap*, como forma de imprimir maior nível de precisão e fundamentação nas avaliações de imóveis via tratamento por fatores. A proposta de utilizar o método *bootstrap* como uma alternativa à exclusão indiscriminada e generalizada de observações discrepantes (*outliers*) – que ocorrem durante o sanea-

mento da amostra no tratamento por fatores – constitui o enfoque central deste trabalho e visa, sobretudo, possibilitar a estimação do valor mediante procedimento científico.

As análises realizadas ao longo deste trabalho com um conjunto de dados reais mostraram que o método *bootstrap* aparenta ser preferível ao saneamento da amostra para a estimação do valor. A evidência desta preponderância pode ser observada em amostras reduzidas cujos valores unitários dos dados homogeneizados não seguem uma distribuição de probabilidade normal, conforme constatado na Seção 3.5 deste trabalho, bem como nos casos em que os valores unitários homogeneizados, apesar de normalmente distribuídos, possuem elementos atípicos, porém legítimos, que pelas técnicas tradicionais de saneamento da amostra recomendadas pela NBR 14653-2:2011 e pela norma do IBAPE-SP (2005) seriam sumariamente eliminados, mas pelo método *bootstrap* podem ser incorporados para a estimação do valor do elemento avaliando. Enquadrado nos procedimentos globais do método *bootstrap*, o saneamento da amostra (previsto no tratamento por fatores) deixa de ser realizado por mecanismos determinísticos e por meio de formulações empíricas consagradas, como exclusivamente era feito até então, e é substituído por técnicas probabilísticas de estimação que minimizam a subjetividade no trabalho avaliatório.

As técnicas de eliminação de observações discrepantes recomendadas pela NBR 14653-2:2011 e pela norma do IBAPE-SP (2005) têm sido utilizadas pelos engenheiros avaliadores há bastante tempo. Contudo, com o desenvolvimento da pesquisa científica e os recentes avanços computacionais, tal busca por soluções “simplistas” não mais se justifica e o uso indiscriminado destes critérios é temerário e pode resultar em estimativas equivocadas e irrealistas. Em razão disto, almeja-se com este trabalho despertar e instigar entre os pesquisadores e avaliadores atuantes no mercado imobiliário as potencialidades do método *bootstrap* no que tange ao ganho de precisão e cientificidade no trabalho avaliatório via tratamento por fatores. Vale salientar que o uso do método *bootstrap* na Engenharia de Avaliações não deve ser confundido com “sofisticação” da valoração de bens, mas método eficiente de estimação fruto de técnicas estatísticas avançadas de reamostragem que aumentam a acurácia do trabalho avaliatório.

Por fim, sugerimos que o método *bootstrap* seja contemplado nas próximas discussões de revisão das normas (NBR 14653-2:2011 e do IBAPE-SP (2005)) e incentivamos a disseminação e o uso do método *bootstrap* por engenheiros avaliadores que buscam empregar metodologia científica em seus trabalhos avaliatórios, capaz de contribuir para uma maior eficiência do desenvolvimento das atividades relacionadas às rotinas de avaliações de bens via tratamento por fatores.

## Referências

- [1] ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas). (2004). *Avaliação de Bens Parte 2: Imóveis Urbanos*.
- [2] ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas). (2011). *Avaliação de Bens Parte 2: Imóveis Urbanos*.
- [3] Barnett, V. & Lewis, T. (1994). *Outliers in Statistical Data*, 3<sup>a</sup> ed. New York: John Wiley & Sons.

- [4] Cappellano, L. H. (2007). Engenharia de Avaliações. In: Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia de São Paulo. *Engenharia de Avaliações*, São Paulo: Pini.
- [5] Chauvenet, W. (1863). *A Manual of Spherical and Practical Astronomy*, 1<sup>a</sup> ed.; Reprint of 1891 5<sup>a</sup> ed. New York: Dover.
- [6] Cunha, W.J. & Colosimo, E.A (2003). Intervalos de confiança *bootstrap* para modelos de regressão com erros de medida. *Revista Mat. Estat.* 21, 25–41.
- [7] Dantas, R.A. & Cordeiro G.M. (1988). Uma nova metodologia para avaliação de imóveis utilizando modelos lineares generalizados. *Revista Brasileira de Estatística* 191, 27–46.
- [8] Dantas, R.A. & Cordeiro, G.M. (2000). Uma avaliação do mercado de apartamentos do Recife utilizando modelos lineares generalizados. *XIX Congresso Panamericano de Avaliações*, Margarita, Venezuela.
- [9] Dantas, R.A. (1998). *Engenharia de Avaliações: Uma Introdução à Metodologia Científica*, 2<sup>a</sup> ed. São Paulo: Pini.
- [10] Dantas, R.A. (2005). *Engenharia de Avaliações: Uma Introdução à Metodologia Científica*, 2<sup>a</sup> ed. São Paulo: Pini.
- [11] Davison, A. C. & Hinkley, D. V. (1997). *Bootstrap Methods and Their Application*. New York: Cambridge University Press.
- [12] Doornik, J. A. (2006). *Ox: An Object-Oriented Matrix Language*, 4<sup>a</sup> ed. Timberlake Consultants Press, London; Oxford, <http://www.doornik.com>.
- [13] Draper, N. D & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis*, 3<sup>a</sup> ed. New York: John Wiley e Sons.
- [14] Efron, B. & Tibshirani, R. J. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. New York: Chapman & Hall.
- [15] Efron, B. (1979). Bootstrap methods: another look at the jackknife. *The Annals of Statistics* 7: 1-25.
- [16] Efron, B. (1987). Better bootstrap confidence intervals (With discussion). *J. Am. Stat. Assoc.* 82: 171-200.
- [17] Fiker, J. (1993). *Avaliação de Imóveis Urbanos*, 3<sup>a</sup> ed. São Paulo: PINI.
- [18] Florencio, L.A (2009). *Utilização do Software (gratuito) R na Engenharia de Avaliações*. Anais do XV Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, São Paulo, São Paulo.
- [19] Franchi, C. C. (1992). *Avaliação das Características que Contribuem para a Formação do Valor de Apartamentos na Cidade de Porto Alegre*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

- [20] Ghilhon, J. E. M. (1993). *Análise dos Fatores de Homogeneização Derivados das Equações de Regressão Através dos Fatores de Redução das Médias*. Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, Natal, RN.
- [21] Grandiski, P. & Oliveira A.M.B.D. (2007). Engenharia de Avaliações. In: Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia de São Paulo. *Engenharia de Avaliações*, São Paulo: Pini.
- [22] Gujarati, D.N. (2006). *Basic Econometrics*, 4<sup>a</sup> ed. Nova York: McGraw-Hill.
- [23] Holman, J.P. (2001). *Experimental Methods for Engineers*, 7<sup>a</sup> ed. Nova York: McGraw Hill (2001).
- [24] IBAPE (Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia). (2005). *Norma de Avaliação de Bens do IBAPE Parte 1: Procedimentos Gerais*.
- [25] IBAPE-SP (Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia de São Paulo). (2005). *Norma de Avaliação de Imóveis Urbanos*.
- [26] Kendall, M.G. & STUART, A. (1977). *The advanced theory of statistics*. 4<sup>a</sup>ed. London: Griffin.
- [27] Lima, G. P. A. (1995). *Homogeneização Fundamentada - Uma Utopia?* Anais do VIII Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, Florianópolis, Santa Catarina.
- [28] Lima, G. P. A. (2001). *Pode Um Modelo de Homogeneização por Fatores Ser Melhor que um Modelo de Regressão? Resposta pelo Coeficiente de Homogeneidade do Modelo!*. Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, Guarapari, Espírito Santo.
- [29] Maia Neto, F. (1992). *Introdução à Engenharia de Avaliações e Perícias*. Belo Horizonte: Del Rey.
- [30] Marsaglia, G. (1997). *A random number generator for C*. Postado no grupo Usenet (sci.stat.math) em 29 de setembro de 1997.
- [31] McCullough, B. D. & Wilson, B. (2005). On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2003. *Computational Statistics and Data Analysis* 49, 1244-1252.
- [32] Meyer, R. M. C. (2003). *Avaliação de Imóveis: Uma Análise no Campo da Engenharia Legal*. Rio de Janeiro: Lumen Juris.
- [33] Moreira, A. L. (1994). *Princípios de Engenharia de Avaliações*. São Paulo: Pini.
- [34] Nasser Júnior, R. (2011). *Avaliação de Bens - Princípios Básicos e Aplicações*, 1<sup>a</sup> ed. São Paulo: Leud.
- [35] Newsome, B. A. (1991). Adjusting comparable sales for vinyl siding. *The Appraisal Journal*, january.
- [36] Shapiro, S.S. & Wilk, M.B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika* 52: 591-611.

- [37] Thofehrn, R. (2010). *Avaliação em Massa de Imóveis Urbanos: para cálculos de IPTU e ITBI*, 1<sup>a</sup> ed. São Paulo: Pini.
- [38] Venables, W.N; Smith, D.M. & R Development Core Team. (2009). An introduction to R. Disponível em: <http://cran.r-project.org/doc/manuals/R-intro.pdf>. Arquivo obtido em 17 de setembro de 2009.
- [39] Wolferson, M. & Torres, L. (1980). *Homogeneização de valores em engenharia de avaliações*. Recife: Enapel.