

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

Natureza do Trabalho

Perícia de Engenharia

Título do Trabalho

As Vibrações nos Pavimentos Devidas às Atividades Humanas: A Análise
Quantitativa e os Aspectos Normativos.

Resumo

Este trabalho examina o aspecto da verificação estrutural quanto às vibrações em pavimentos de edifícios urbanos, devida as atividades humanas, segundo as normas técnicas nacionais editadas pela ABNT, NBR 6118/2004 e NBR 8800/2008, com a finalidade de aceitação destas peças quanto a este estado limite.

Apresenta os aspectos normativos vigentes no país e pretende oferecer informações relevantes eminentemente práticas para esta análise, possibilitando àqueles profissionais eventualmente envolvidos nesta tarefa específica a imediata percepção das verificações iniciais a realizar no decorrer de seus trabalhos periciais que necessitem de maiores considerações em relação a esta verificação.

No desenvolvimento do artigo são abordadas as considerações constantes da NBR 6118/2004 e NBR 8800-2008 nos pontos de interesse para o cálculo manual ou via softwares e adicionalmente, é mostrado um exemplo de desenvolvimento analítico disponível na literatura internacional para alcance deste objetivo para o cálculo da frequência natural de lajes de concreto necessárias para comparação com os limites normativos vigentes.

Também é apresentada uma alternativa de análise, recomendada na literatura e em normas internacionais, em que esta verificação é realizada em função resposta da aceleração e comparada com valores limites experimentados e aceitos internacionalmente, critério mais recomendado quando para a análise ao nível das baixas frequências.

Palavras - Chave

Vibrações em edifícios; Aspectos normativos; Frequência natural; Aceleração limite;.

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

1 – Introdução

As normas brasileiras referentes à elaboração de projetos para as estruturas de concreto armado (NBR 6118/2004) e para as estruturas de aço ou mistas de aço e concreto (NBR 8800/2008), tratam o tema referente às vibrações nestas estruturas superficialmente sem se referir aos procedimentos de cálculo para obtenção das respostas para as frequências naturais como usualmente tratam outros aspectos de dimensionamentos e verificações.

Neste estudo é mostrado o conteúdo recomendado por cada uma destas normas para o tratamento e análise de vibrações em pisos de edificações demonstrando uma seqüência de cálculos que pode ser utilizada para o cálculo teórico das frequências naturais para comparação com os limites normativos atualmente aceitos admitindo-se diversas condições de contorno para os pisos em análise disponível na literatura internacional.

2 – As Recomendações Normativas Nacionais

2.1 – NBR 6118/2004 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimentos

No item 3.2.8 da NBR 6118/2004 encontra-se uma breve citação quanto ao estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE), recomendação que é reiterada no item 11.4.2.3 – Ações dinâmicas onde textualmente lê-se que *“a estrutura, pelas suas condições de uso, está sujeita a choques ou vibrações, os respectivos efeitos devem ser considerados na determinação das solicitações e a possibilidade de fadiga deve ser considerada no dimensionamento dos elementos estruturais”* remetendo em seguida para a seção 23 do mesmo documento.

No item 13.3, parágrafo a, esta norma volta a se referir às vibrações e novamente remete para a seção 23, apresentando, contudo, a tabela 13.2, da qual estão parcialmente transcritos na Tabela 1 a seguir os itens de interesse deste artigo, qual seja o efeito das vibrações devido às cargas acidentais na aceitabilidade sensorial dos usuários.

Tabela 1
Limites para deslocamentos
Fonte: NBR 6118/2004 - Tabela 13.2

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade de sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	l / 250
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	l / 350

Na seção 23 da NBR 6118/004, mais especificamente no item 23.3 – Estado limite de vibrações excessivas, está a recomendação para que as análises referentes a vibrações nas estruturas de concreto devam ser feitas em regime linear

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

com as frequências naturais f distantes da frequência crítica f_{crit} da estrutura, esta função do uso a que se destina a edificação especificando um limite mínimo $f > 1,2 f_{crit}$, como recomendado na Tabela 2.

Para o controle dessas vibrações esta norma sugere que o comportamento da estrutura seja alterado, modificando-se alguns fatores, dentre eles as ações dinâmicas de excitação, a frequência natural da estrutura com a alteração da rigidez ou da massa da estrutura ou então das características de amortecimento.

Fora isso, redireciona a análise para as normas internacionais nos casos em que a análise dinâmica necessite de cuidados mais específicos, a critério do analista.

Conclui, indicando valores limites para a frequência natural transcritos na Tabela 2 para casos de estruturas submetidas a vibrações devido a ação de pessoas atuando sobre os tipos de estruturas citados. [1]

Tabela 2
Frequência crítica para alguns casos específicos de estruturas submetidas a vibrações pela
ação de pessoas
(Fonte NBR 6118/2004 / Tab 23.1)

Caso	f_{crit} (Hz)
Ginásio de esportes	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Escritórios	3,0 a 4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,4
Passarelas de pedestres ou ciclistas	1,6 a 4,5

2.2 – NBR 8800/2008 – Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios - Procedimento

Esta norma, na seção 11 – Vibrações, em seu item 11.4.1, explicitamente se refere a vibrações recomendando que “*Sistemas de pisos sujeitos a vibrações, tais como os de grandes áreas que não possuem divisórias ou outros elementos de amortecimento, devem ser verificados de forma a se evitar o aparecimento de vibrações transientes inaceitáveis, devidas a caminhar de pessoas ou a outras fontes conforme o Anexo L*”.

No Anexo L, aborda comentários gerais de caráter introdutório e remete para o item 4.7.7.3.3 Combinações freqüentes de serviço no texto da norma propriamente dito, onde discorre, informando que “*as combinações freqüentes são aquelas que se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura, da ordem de 10^5 em 50 anos, ou que tenham duração total igual a uma parte não desprezível desse período, da ordem de 5%*”.

Diz que essas combinações podem ser utilizadas para os estados limites reversíveis, isto é, que não causam danos permanentes à estrutura ou a outros componentes da construção, incluindo os relacionados ao conforto dos usuários.

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

Conclui recomendando que em nenhum caso a frequência natural da estrutura do piso pode ser inferior a 3 Hz. Seguindo, apresenta procedimentos gerais que devem ser contemplados para o que esta norma admite como uma avaliação precisa, os quais são transcritos a seguir:

Afirma que no caso de vibrações em pisos, na análise dinâmica devem ser considerados, minimamente, os critérios abaixo transcritos:

- a) as características e a natureza das excitações dinâmicas, como, por exemplo, as decorrentes do caminhar das pessoas e de atividades rítmicas;
- b) os critérios de aceitação para conforto humano em função do uso e ocupação das áreas do piso;
- c) a frequência natural da estrutura do piso;
- d) a razão de amortecimento modal;
- e) os pesos efetivos do piso;

Finaliza recomendando textos de origem internacional que podem interessar nesta análise, mais precisamente, no anexo S-4 (informativo). [2]

3 – A Norma ISO 2631/2001

A norma internacional ISO-2631-1 de 17/05/2001, 2ª edição, consultada para subsidiar os argumentos deste artigo técnico, define os diversos métodos aplicáveis a medição dos níveis de vibrações periódicas, aleatórias e transientes possíveis de serem observadas no corpo humano nas posições padronizadas, corpo em pé, sentado e deitado.

Nesta situação, esta norma recomenda os principais fatores que combinados podem determinar o nível de exposição às vibrações aceitáveis pelo homem. Na Figura 1 abaixo são mostrados os eixos principais recomendados para medição dos efeitos das vibrações de acordo com o plano de entrada no corpo humano conforme a posição de interesse admitida para análise, segundo a norma em exame.

Esta norma recomenda que as medições sejam realizadas pelo tempo suficiente e necessário para garantir uma precisão estatística razoável, não havendo nenhuma restrição a sua duração. [3], [4].

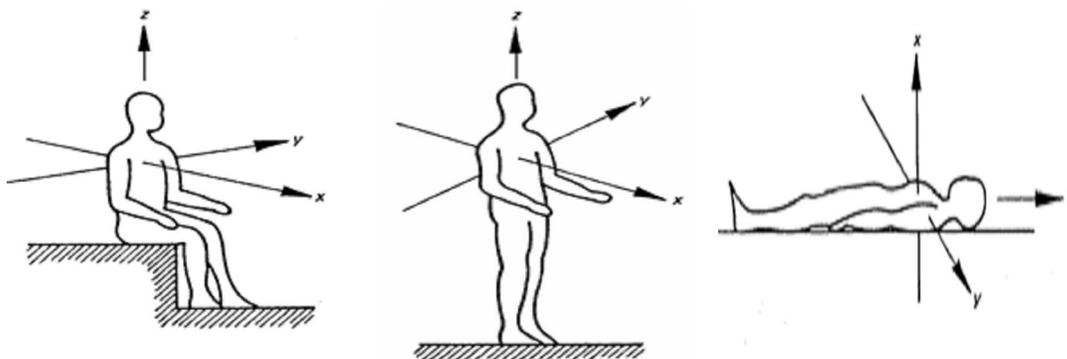


Figura 1
Eixos baricêntricos do corpo humano
Fonte: ISO 2631-1/1997 – Fig 1

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

Eventualmente, na ocorrência de medições em períodos diversos com claras diferenças características entre si, deverão ser feitas análises separadas para cada período e relatados obrigatoriamente este fato, da mesma forma sendo indispensável que outros fatores sejam admitidos, tais como a idade, o gênero, o porte e a capacidade física, etc, dos usuários.

Também, o ASCI assume o ábaco da Figura 2, com as taxas limites de picos de aceleração relacionados à aceleração da gravidade, onde pretende enquadrar os diversos tipos de utilização possíveis para os pavimentos quanto as vibrações devidas as atividades humanas. [5]

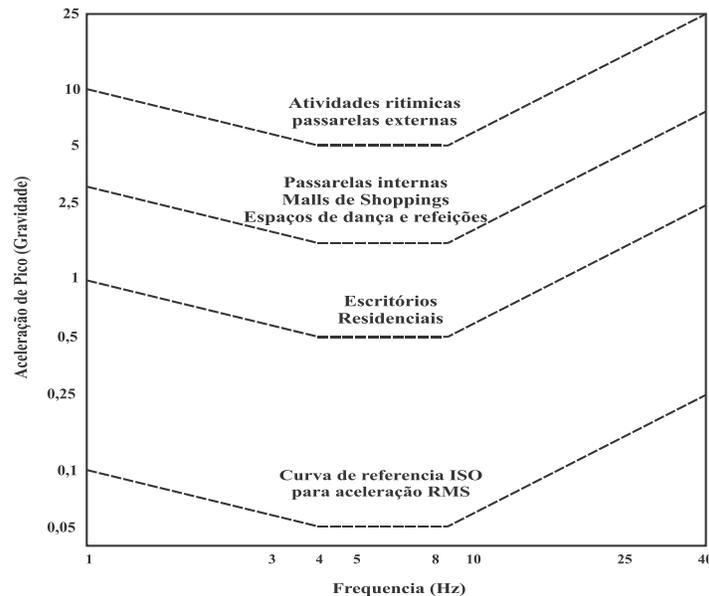


Figura 2
Picos de aceleração para o conforto ambiental devido as vibrações relativas às atividades humanas

Fonte: ASCI – Steel Design Guide Series nº 11 (1997) – Fig 2.1

4 – A Abordagem na Literatura Internacional

As estruturas de engenharia sempre apresentam algum nível de vibração que por sua vez podem ser percebidas de formas diferentes pelos seus usuários através do corpo humano, dependendo da parte que se analisa.

Para possibilitar o enquadramento do corpo humano sujeito a vibrações compreendidas entre os níveis de freqüências de 1 Hz a 100 Hz, a literatura técnica internacional sobre o assunto o representa esquematicamente nos elementos discretos representativos das variáveis que constituem a equação geral do movimento típicos

Estes elementos são as massas, molas e amortecedores adequadamente distribuídos e estruturados conforme as partes do corpo de maior interesse para esses estudos e estão mostrados na Figura 3 abaixo.

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

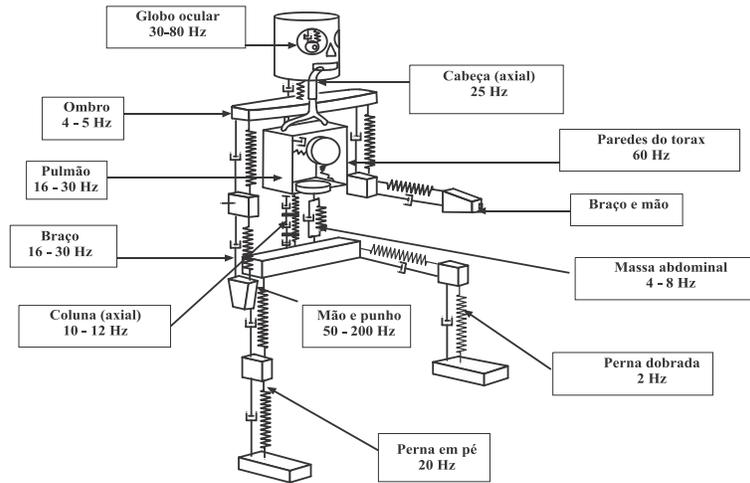


Figura 3
Modelo mecânico do corpo humano
Fonte: KAMEI, C. M – 2010 – UFES – Fig 2.2

Vê-se neste modelo, ser ele tipicamente representativo de um sistema vibratório com múltiplos graus de liberdade, através do qual é possível se obter as respostas desejadas através do estudo das vibrações, tais como os deslocamentos, as velocidades e as acelerações em cada coordenada generalizada do modelo do corpo humano.

Este modelo pode ser considerado completo para exame das respostas às vibrações que excitam o corpo humano em suas partes principais, segundo uma divisão física do mesmo em cabeça, tronco e membros, como geralmente é aceita.

Assim considerado o modelo, as respostas às vibrações em cada parte do corpo humano são examinadas de acordo com o conteúdo das frequências de vibração, considerando-se que o corpo humano é um sistema físico extremamente sensível aos níveis de vibração [6]. Por este modelo, o corpo humano é capaz de perceber níveis de deslocamentos devidos as vibrações com amplitudes da ordem de centésimos de milímetro enquanto que o sistema auditivo, em alguns dos seus componentes, chega a perceber deslocamentos ainda menores.

Para o sistema esquematicamente exposto acima, as faixas de frequências de vibrações para cada parte do corpo humano podem ser aceitas e de que forma elas são percebidas pelo corpo humano, como mostra a Tabela 3 seguinte.

Tabela 3
Respostas, frequências e percepções das partes do corpo
Fonte: Vibrações Mecânicas – Balachandran E., Magrab, E.B. – 2010

Sistema do Corpo Humano	Faixas de Frequências de Interesse	Percepção do Movimento devido a
Tórax / Abdômen	3 Hz a 6 Hz	Aceleração
Cabeça / Pescoço / Ombros	20 Hz a 30 Hz	Velocidade
Globos oculares	60 Hz a 90 z	Velocidade

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

Com estes parâmetros, generaliza-se suficientemente o sistema físico “corpo humano” sujeitos as freqüências de vibrações originadas nas estruturas de concreto armado e / ou mistas aço-concreto, ficando adequadamente especificado para fins de exame das respostas destas estruturas para fins de interesse do conforto humano e adequação do seu uso sem danos a saúde dos seus usuários.

Naturalmente, o modelo geral apresentado pode ser modificado de acordo com o interesse do estudo em curso, podendo ser mais específico na representação de outros sub-sistemas em direção a outros detalhes orgânicos do corpo humano de maior interesse ou mais simplificado, como por exemplo, na hipótese em que o interesse prende-se ao estudo de freqüências de excitação na faixa de 1 Hz a 10 Hz mais comuns em estruturas de concreto e mistas aço-concreto, podendo não haver a necessidade de se considerar no modelo geral apresentado, o sub-sistema referente ao modelo mola / massa / amortecedor referente aos outros membros, se não para o sub-sistema Tórax / Abdômen. [7]

4 – A Análise

4.1 – Aspectos Gerais

As normas brasileiras de NBR 6118/2004 e NBR 8800/2008 não entram no mérito das formulações teóricas para desenvolver a análise dinâmica de problemas envolvendo as vibrações estruturais de seja qual for a origem, deixando um vácuo em suas recomendações.

Sabe-se que para se encontrar a resposta no campo da análise dinâmica das estruturas, podem ser realizados estudos tanto no domínio do tempo quanto no domínio da freqüência. A análise dinâmica no domínio do tempo é mais indicada ao nível dos projetos estruturais, considerando-se que todo o trabalho é realizado somente com os recursos da matemática dos números reais, enquanto a análise no domínio da freqüência faz uso dos números complexos, sem sentido prático para o profissional de engenharia. [8]

4.2 – A Análise Quanto a Freqüência Natural Crítica Recomendações Vigentes nas Normas Nacionais

Para atender as recomendações normativas nacionais, no aspecto do estado limite de serviço quanto às vibrações, é suficiente que freqüências naturais calculadas atendam aos critérios abaixo:

$$\text{NBR 6118/2004: } f_{\text{nat}} \geq f_{\text{crit}}$$

$$\text{NBR 8800/2008: } f_{\text{nat}} > 3 \text{ Hz}$$

A NBR acrescenta ainda alguns limites relativos às deformações, mostrados na Tabela 1 acima, que também devem estar atendidos concomitantemente aos limites acima

Para uma laje de piso, simplesmente apoiada em todas as extremidades, os valores críticos da freqüência natural mostrados na Tabela 2, conforme o uso especificado do pavimento, seja na fase de projeto, seja durante o uso a que está efetivamente submetida, na hipótese de uma verificação técnica pericial.

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

Em ambos os casos a frequência natural pode ser calculada pela equação 1 e seqüência de formulações analíticas que segue:

$$\omega_{mx.my} = \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{D}{\rho \cdot h} \left(\frac{mx^2}{a^2} + \frac{my^2}{b^2} \right)} \quad (\text{rad/s}) \quad 1$$

Em que,

- $\omega_{mx.my}$ = frequência natural circular
- D = rigidez da seção da laje de piso
- ρ = massa especificada do material da laje
- h = espessura da laje de piso
- mx = forma modal de interesse na direção x – ($x=, 1, 2, 3...n$)
- my = forma modal de interesse na direção y – ($y=, 1, 2, 3...n$)
- a = dimensão a da laje de piso na direção x
- b = dimensão b da laje de piso na direção y

Nesta expressão a rigidez D é obtida através da seguinte equação 2:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (\text{kgm.m}) \quad 2$$

Em que,

- E = módulo de elasticidade longitudinal da laje de piso
- ν = coeficiente de Poisson – ($\nu = 0,3$)

A partir desta frequência circular, obtém-se a frequência natural através da relação conhecida na literatura, como a equação 3 mostrada a seguir:

$$fnat = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_{mx.my}} \quad (\text{Hz}) \quad 3$$

Adicionalmente, consegue-se obter as respostas ao longo da superfície da laje de piso utilizando-se a equação 4 seguinte:

$$v_{x,y} = \theta(t) \cdot \sin\left(mx \cdot \pi \cdot \frac{x}{a}\right) \cdot \sin\left(my \cdot \pi \cdot \frac{y}{b}\right) \quad (\text{mm}) \quad 4$$

Nesta expressão as variáveis x e y significam:

- x = ponto na direção x de interesse no valor pontual da resposta
- y = ponto na direção x de interesse no valor pontual da resposta

A função $\theta(t)$ representa a forma modal de interesse do analista quando da definição dos termos, mx e my na equação 4.

Esta função representativa da forma modal é dada por:

$$\theta(t) = A.\sin(\omega_{mx.my}.t) + B.\cos(\omega_{mx.my}.t) \quad 5$$

Os termos A e B nesta expressão são constantes obtidas a partir das condições iniciais do problema, situação em que t=0.

Matematicamente, estas constantes são obtidas pelas expressões seguintes:

$$A = \frac{\frac{d}{dt}\theta(t_0)}{\omega_{mx.my}} \quad B = \theta(t_0) \quad 6$$

Estes cálculos podem ser desenvolvidos manualmente, com o auxílio e uma planilha eletrônica ou softwares específicos para a resolução de cálculos matemáticos e científicos diretos ou pelo uso de rotinas de programação [9].

A Figura 4 mostra o aspecto da forma modal para mx=2 e my=2 selecionados na equação 4.

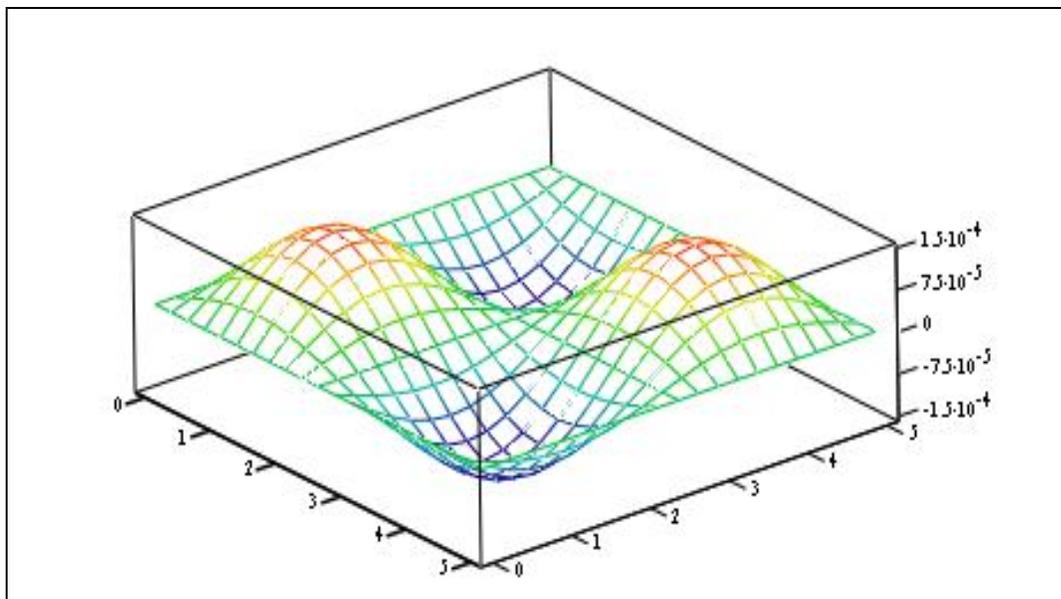


Figura 4
Forma modal de um laje de piso com mx=2 e my=2

4.3 – A Análise Quanto a Aceleração de Pico Recomendações na Literatura e Normas Internacionais

Para a obtenção da aceleração de pico estimada do sistema misto em exame é recomendada a utilização da equação 7:

$$P_{Acel.Pico} = \frac{P_0 \cdot e^{-0.35 \cdot f_{Nat.Comb}}}{\beta \cdot W_{Comb}} \quad 7$$

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

Os termos desta equação são definidos como segue:

onde

P_0 = Força constante de excitação para a ocupação admitida

e = Número constante de Neper equivalente a 2,718...

$f_{natcomb}$ = Frequência natural fundamental do piso em análise

b = Taxa de amortecimento modal para a ocupação admitida

W_{comb} = Peso nominal combinado de cálculo atuante sobre o piso

A força de excitação aplicável à uma laje em exame, P_0 , é estimada para fins de cálculo, a partir da Tabela 4 de acordo com o uso final a que se destina a peça estrutural, se a análise ocorre na fase de projeto, ou conforme a realidade em que se encontra tal peça se já em serviço

Em qualquer situação tal força deve ser obtida na Tabela 4 mostrada a seguir.

Tabela 4
Valores Recomendados para os Limites de a_0/g , Pesos e Taxa de Amortecimento para Pisos em Função da Ocupação dos Espaços.

Fonte – Design Guide Due to Human Activity – (nº 11 / 1997) – Tab 4.1

Valores Recomendados			
Tipo de Ocupação	P_0 – Força de Excitação	β - Razão de amortecimento	A_0/g Aceleração limite
Escritórios, Residências e Igrejas	0,29 kN (29,6 kgf)	0,02 a 0,05*	0,5%
Malls de Shoppings	0,29 kN (29,6 kgf)	0,02	1,5%
Passarelas em Ambientes Internos	0,41 kN (41,8 kgf)	0,01	1,5%
Passarelas em Ambientes Externos	0,41 kN (41,8 kgf)	0,01	5,0%
(*) – 0,02 para pisos com componentes não estruturais (forros, dutos e divisórias, etc.) comuns em áreas de trabalho e igrejas. – 0,03 para pisos com componentes não estruturais e furnishings, apenas com pequenas divisórias desmontáveis. – 0,05 para pisos com paredes completamente construídas entre pisos			

A frequência natural combinada representada por $f_{Nat.Comb}$ a ser considerada na equação 7, definida acima, é obtida através da equação 8:

$$f_{Nat.Comb} = (0,18) \cdot \sqrt{\frac{g}{\Delta_{Dir.y} + \Delta_{Dir.x}}} \quad 8$$

Observa-se que nesta equação são necessários, além da aceleração da gravidade, g , os cálculos preliminares das deformações estáticas $D_{Dir.y}$ e $D_{Dir.x}$ nos meios dos vãos nas direções y (vigas secundárias internas) e x (vigas principais de bordo) referentes ao modelo da laje de piso dado e mostradas nas Figuras 5 e 6.

Estes cálculos preliminares são obtidos em duas etapas, como segue:

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

A - Cálculo da deformação no centro da laje na direção y (direção das vigas internas) para posterior substituição na equação 8 que fornece o valor da frequência natural combinada do sistema em exame:

$$\Delta_{Dir.y} = \frac{5 \cdot w_{Dir.y} \cdot L_{Dir.y}^4}{384 \cdot E_{aço} \cdot I_{eff}} \quad 9$$

Os termos $L_{Dir.y}$ e $E_{aço}$ são conhecidos a partir dos dados iniciais referentes a laje de piso como mostrado nas Figuras 5 e 6 referentes a um exemplo numérico.

Nesta equação 9 o termo $w_{Dir.y}$ representa todas as cargas que atuam sobre o piso e é dado pela seguinte equação 10:

$$w_{Dir.y} = b_{Laje} \cdot q_{const.P} + q_{Dir.y.vg} \quad 10$$

Em que,

$$q_{const.P} = (g_{pp.P} + g_{eq.P} + q_{pp.L} + q_{pp.P} + q_{pp.F} + q_{const.P}) \quad 11$$

onde,

b_{laje} = Largura da laje carregando cada viga na direção y , transversal

$g_{pp.P}$ = Carga devida ao acabamento sobre a laje de piso por m^2

$g_{eq.P}$ = Carga devida a ocupação do piso pelos equipamentos por m^2

$q_{pp.L}$ = Carga devida ao peso próprio da laje de piso por m^2

$q_{pp.P}$ = Carga devida a ocupação do piso pelas pessoas por m^2

$q_{pp.F}$ = Carga devida ao forro sob a laje de piso por m^2

$q_{const.P}$ = Carga alternativa às anteriores atuando sobre a laje por m^2

$q_{Dir.y.vg}$ = Carga devida ao peso da viga na direção y por metro linear

Observa-se que o termo $q_{const.P}$ definida na equação 11 detalha todas as cargas que podem estar envolvidas na equação 10 utilizável apenas nas situações em que estas não possam ser claramente caracterizadas, como admitido neste artigo, apenas para fins explanatórios, sem prejuízo para o objetivo do mesmo.

O termo I_{eff} é dado por:

$$I_{eff} = \frac{1}{\frac{\gamma}{I_{Dir.y}} + \frac{1}{I_{Mista.y}}} \quad 12$$

onde

I_{eff} = Momento de inércia efetivo transformado

γ = Função da relação do vão na dir y / altura da viga na direção y

$I_{Dir.y}$ = Momento de inércia da viga na direção y

$I_{Mista.y}$ = Momento de inércia da seção mista na direção y

Substituindo-se as equações 11 e 12 na equação 9 obtém-se a deformação no centro da laje na direção y , ou seja, na direção das vigas secundárias internas, aplicável na equação 8 que fornece a frequência natural da laje de piso em exame.

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

B - Cálculo da deformação no centro da laje na direção x (direção das vigas de bordo) para posterior substituição na equação 8 que fornece o valor da frequência natural combinada do sistema em exame:

$$\Delta_{Dir.x} = \frac{5 \cdot W_{Dir.x.Dist} \cdot L_{Dir.x}^4}{384 \cdot E_{aço} \cdot I_{Dir.x.Mista.Red}} \quad 13$$

Nesta equação 13, os termos $L_{Dir.x}$ e $E_{aço}$ são conhecidos a partir dos dados informados nas Figuras 5 e 6 do exemplo numérico e $W_{Dir.x.Dist}$ representando a carga distribuída atuante sobre as vigas principais na direção x é dado por:

$$W_{Dir.x.Dist} = L_{Dir.y} \cdot \frac{W_{Dir.y}}{s} + W_{PP.Dir.y} \quad 14$$

Onde

- $L_{Dir.y}$ = Comprimento do vão da laje de piso na direção y
- $W_{Dir.y}$ = Cargas que atual sobre o piso dado pela equação 3
- s = Distancia entre eixos das vigas transversais na direção y
- $W_{PPDir.y}$ = Peso próprio por metro linear das vigas na direção y

O termo $I_{Dir.x.Mista.Red}$ no denominador da equação 13 é dado por:

$$I_{Dir.x.Mista.Red} = I_{Dir.x} + \Delta_{Dir.x} \cdot \left(\frac{d_{Nerv}}{2} + H_{ApoioDir.y} + y_{CG.Dir.x} - y_{LN.MistaDir.x} \right) + \left(\frac{L_{Col} \cdot d_{med}^3 \cdot Laje}{12} \right) + \left(\frac{L_{Col}}{n} \cdot d_{med} \cdot Laje \cdot \left(y_{LN.Mista.Dir.x} + \left(\frac{d_{med} \cdot Laje}{2} \right) \right)^2 \right) \quad 15$$

Todos os termos desta equação 15 são obtidos diretamente nas Figuras 5 e 6 através dos dados iniciais necessariamente conhecidos.

Substituindo-se as equações 14 e 15 na equação 13 obtém-se a deformação o centro da viga de bordo na direção x, ou seja, na direção das vigas extremas de apoio, aplicável na equação 8 que fornece a frequência natural da laje de piso em exame, semelhantemente ao ocorrido na etapa A deste procedimento.

Com esta seqüência de operações de cálculo, mostradas simbolicamente, consegue-se determinar a frequência natural combinada do modo de vibração referente a laje de piso apoiada no sistema de vigas transversais (direção x) e longitudinais (direção y) mostrado nas Figuras 4 e 5, respectivamente. Para definir os termos do denominador da equação 7, necessários ao cálculo da aceleração de pico estimada procede-se como segue:

O termo β refere-se à taxa de amortecimento modal e é obtida por consulta direta à Tabela 4, de acordo com a finalidade de utilização a que se destina o piso

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

em exame. No presente caso, admitindo-se ocupação do piso em análise, como sendo destinada a escritórios, residências e igrejas, prevista na citada tabela e aplicável, adotaremos o seguinte para β , valor arbitrado entre os limites possíveis,

$$\beta = 0,03$$

O termo W_{comb} é obtido pela aplicação da equação 16

$$W_{Comb} = \frac{\Delta_{Dir.y}}{\Delta_{Dir.y} + \Delta_{Dir.x}} \cdot W_{Dir.y.Sec.Mista} + \frac{\Delta_{Dir.x}}{\Delta_{Dir.y} + \Delta_{Dir.x}} \cdot W_{Dir.x.Sec.Mista} \quad 16$$

Nesta equação 10, as deformações $D_{Dir.y}$ e $D_{Dir.x}$ nas direções y e x , respectivamente, conforme Figuras 5 e 6 já são conhecidas pelas equações 9 e 13.

Os termos $W_{Dir.y.Sec.Mista}$ e $W_{Dir.x.Sec.Mista}$ podem ser determinadas pelas expressões que seguem:

$$W_{Dir.y.Sec.Mista} = \frac{W_{Dir.y}}{S} \cdot B_{Dir.y} \cdot L_{Dir.y} \quad W_{Dir.x.Sec.Mista} = \frac{W_{Dir.x.Dist}}{L_{Dir.y}} \cdot B_{Dir.x} \cdot L_{Dir.x} \quad 17$$

Nesta expressão, a exceção dos termos $B_{Dir.y}$ e $B_{Dir.x}$, todos os demais termos já são conhecidos, tanto pelos dados iniciais do sistema proposto quanto pelos cálculos anteriores.

Os termos ainda por determinar são os que seguem:

$B_{Dir.y}$ = Função da comparação em ter os vãos L_x e L_y da laje de piso

$B_{Dir.x}$ = Função da comparação em ter os vãos L_x e L_y da laje de piso

Estes termos, em face das alternativas possíveis em função da relação observável entre os vãos $L_{Dir.y}$ e $L_{Dir.x}$, respectivamente o menor e o maior vão da laje de piso em exame, são determinados pelas condições booleanas seguintes,

$$B_{Dir.y} = \begin{cases} C_{Dir.y} \cdot \left(\frac{D_{Dir.y.Laje}}{D_{Dir.y}} \right)^{1/4} \cdot L_{Dir.y} & \text{se } C_{Dir.y} \cdot \left(\frac{D_{Dir.y.Laje}}{D_{Dir.y}} \right)^{1/4} \cdot L_{Dir.y} \leq L_{Laje} \\ \frac{2}{3} \cdot L_{Laje} & \dots \text{no caso contrário.} \end{cases} \quad 18$$

$$B_{Dir.x} = \begin{cases} C_{Dir.x} \cdot \left(\frac{D_{Dir.y.Laje}}{D_{Dir.y}} \right)^{1/4} \cdot L_{Dir.x} & \text{se } C_{Dir.x} \cdot \left(\frac{D_{Dir.y}}{D_{Dir.y.Red}} \right)^{1/4} \cdot L_{Dir.x} \leq L_{Laje} \\ \frac{2}{3} \cdot L_{Laje} & \dots \text{no caso contrário.} \end{cases} \quad 19$$

Nestas expressões, os termos $C_{Dir.y}$ e $C_{Dir.x}$, podem assumir o valor constante 1 quando as vigas principais ou secundárias forem externas no conjunto estrutural e 2 em todos os demais casos, normalmente a maioria. No presente caso, temos:

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

$$C_{Dir.y} = C_{Dir.x} = 2$$

Os termos ainda desconhecidos nas equações 18 e 19 são dados por,

$$D_{Dir.y.Laje} = \frac{d_{med.Laje}}{12.n} \quad D_{Dir.ye} = \frac{I_{eff}}{s} \quad D_{Dir.x.Red} = \frac{I_{Dir.x.Mista.Red}}{L_{Dir.y}} \quad 20$$

Verifica-se, então, que todos os termos necessários a solução das equações 20 já foram definidos na formulação anterior, permitindo a imediata aplicação destes nos diversos termos aquelas expressões, permitindo que as mesmas sejam resolvidas e seus resultados convenientemente substituídos nas equações 17 e em seguida na equação 16, obtendo-se finalmente o termo W_{Comb} .

Este valor de W_{Comb} , juntamente com os valores P_0 e β , extraídos da Tabela 1 mais a constante neperiana e são então substituídas na equação 1, repetida abaixo.

$$P_{Acel.Pico} = \frac{P_0 \cdot e^{-0.35 \cdot f_{Nat.Comb}}}{\beta \cdot W_{Comb}} \quad 1 \text{ repetida}$$

6 – Aplicação Numérica

Tratando estas informações numericamente, admite-se uma laje de piso como mostrado nas Figuras 5 e 6 a seguir, destinada a escritórios para a qual se deseja evoluir nesta análise quanto às vibrações.

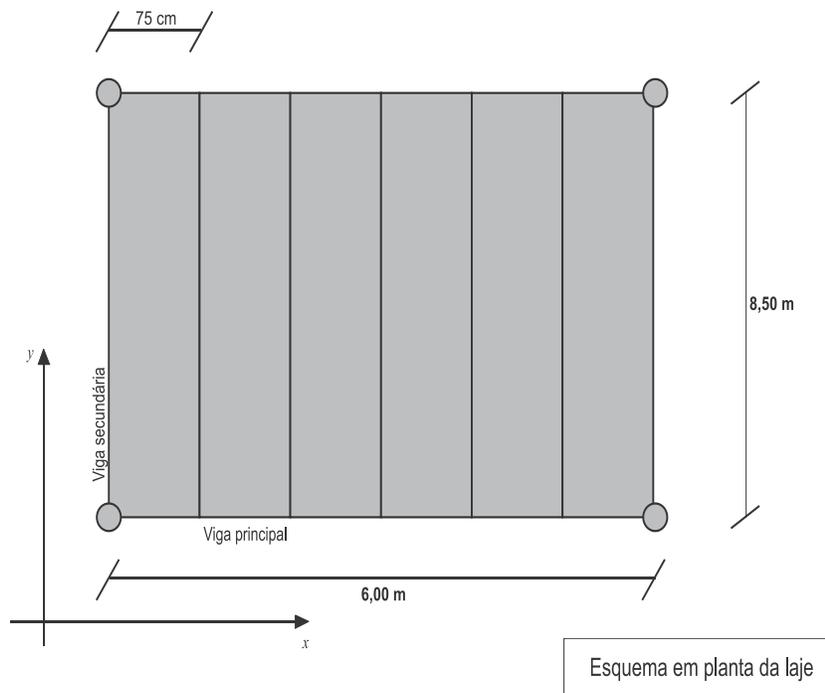


Figura 5
Esquema em planta da laje de piso a verificar

**XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011**

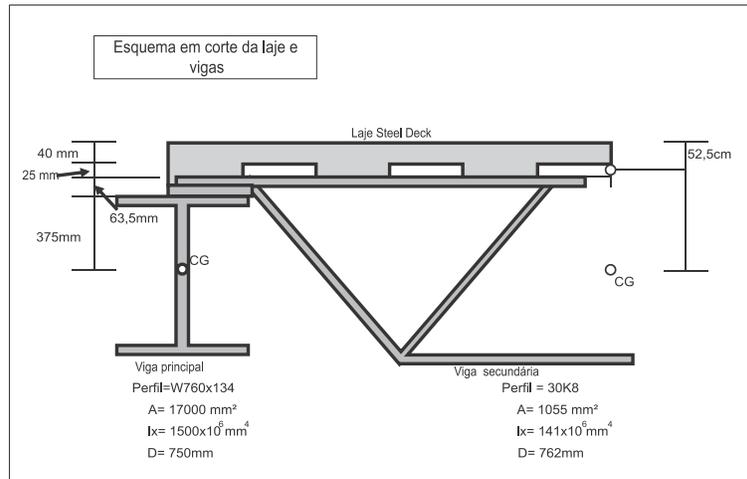


Figura 6
Esquema em corte do sistema de vigas de apoio

Esta laje de piso, devido as suas características de uso, enquadra-se na linha um da Tabela 4 para fins de obtenção das primeiras informações necessárias aos cálculos.

A seguir, com os valores numéricos atribuídos como a seguir, obtém-se as primeiras variáveis conhecidas e representadas nas Figuras 5 e 6.

$L_{Dir.x}$	= dimensão da laje na direção x	= 6,00 m
$L_{Dir.y}$	= dimensão da laje na direção y	= 8,50 m
s	= Distância entre as vigas transversais	= 0,75 m
$D_{med-laje}$	= espessura media da laje de piso	= 52,50 cm
$D_{perfil I}$	= altura total do perfil I na direção x	= 75,00 cm
D_{joist}	= altura total do perfil joist na direção y	= 76,20 cm
$q_{cons.P}$	= Carga atuando sobre a laje por m^2	= 1,70 kPa
P_0	= Força de excitação admitida	= 0,29 kN
e	= Número de Neper equivalente a 2,718...	= 2,718...
f_{ck}	= Resistência característica do concreto	= 30,00 MPa
E_{con}	= Módulo de elasticidade do concreto	= 20.00 MPa
$E_{aço}$	= Módulo de elasticidade do aço	= 200.00 MPa

Então, fazendo-se as substituições destes valores iniciais adequadamente nas respectivas incógnitas das expressões acima e calculando-se as demais, conforme o roteiro mostrado, chega-se ao valor do percentual da aceleração de pico $P_{Acel.Pico}$ desejado.

Obtido este valor, resta a comparação deste percentual da aceleração de pico $P_{Acel.Pico}$ calculado com o valor limite A_0/g tabelado recomendado para lajes de piso destinadas a ocupação por escritórios na Tabela 4.

Feito isso, obtém-se $P_{Acel.Pico} < A_0/g$, permitindo concluir que para os dados iniciais propostos esta laje de piso exemplificada satisfaz as condições mínimas capazes de evitar os efeitos danosos das vibrações induzidas pelo homem devido as suas atividades.

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

7 – Conclusão

Concluindo, para fins da norma NBR 6118-2004, a análise dinâmica para a peça estrutural examinada neste artigo, estaria atendida tão somente com o cálculo de sua frequência natural e conseqüente comparação deste resultado com uma das frequências críticas dispostas na Tabela 2 combinada com os deslocamentos aceitáveis na Tabela 1, as duas condições atendidas simultaneamente.

A norma NBR 8800-2008 enumera alguns critérios mínimos a considerar sem, entretanto, detalhá-los numericamente, sugerindo textos de origem internacional para fins de consulta e enquadramento da análise dinâmica em exame.

Este artigo explicita esta análise dinâmica, expondo todo o desenvolvimento teórico mais simples disponível e de aplicação imediata, capaz de atender estas necessidades daqueles profissionais envolvidos na análise, através do fluxo de equações simbólicas mostradas na seqüência lógica de utilização.

Finaliza, fazendo a aplicação direta de valores numéricos nestas equações e demonstrando na análise final, os diversos aspectos de interesse, envolvidos na análise dinâmica, tais como o tipo de ocupação, a força de excitação, a razão de amortecimento e a aceleração limite aceitável conforme a literatura internacional como mostrados na Tabela 4, atendendo às recomendações normativas brasileiras e simultaneamente expondo toda a seqüência de cálculos necessários possíveis de serem exercitados manualmente ou até mesmo automatizados via alguma sistematização computacional.

Com as substituições, na equação 1, dos diversos termos constituinte previamente calculados, obtém-se o valor $P_{Acel.Pico}$, referente a porcentagem da aceleração de pico em relação a aceleração da gravidade g a que o piso está exposto.

Esta porcentagem calculada, deve ser comparada com o valor limite A_0/g , indicado para o especificação de uso da laje de piso em estudo, entre os dispostos na coluna 1 da Tabela 4 e representativa do percentual limite máximo aceitável para o piso, adequado a sua finalidade de ocupação e uso.

Esta comparação permite a análise final quanto à aceitabilidade do piso em relação às vibrações ocasionadas pelo caminhar, se os valores calculados situarem-se abaixo dos especificados naquela tabela conforme a respectiva utilização especificada para o piso.

Observa-se por esta seqüência de cálculos, relativamente simples, que é possível conduzir a análise de pisos quanto às vibrações devido às atividades humanas a que estejam sujeitos, em função de suas diversas e possíveis utilizações, de forma rápida e eficiente.

Assim, torna-se possível a tomada de decisões técnicas rápidas, eficientes e capazes de orientar a necessidade de outros encaminhamentos para análises mais elaboradas, se necessárias, em curto espaço de tempo, orientando eventuais

XVI COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS - IBAPE/AM - 2011

intervenções físicas preliminares e imediatas nas peças estruturais examinadas para fins de mitigação quanto às vibrações induzidas pelos usuários, se este for o caso..

8 – Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES, FAPEMIG e FAPES pelo apoio recebido para a realização deste estudo.

9 – Referências

- [1] – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **Projeto de Estruturas de Concreto**. Procedimento. NBR 6118. Rio de Janeiro: ABNT, 2004
- [2] – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios**. Procedimento. NBR 8800. Rio de Janeiro: ABNT, 2008
- [3] – INTERNATIONAL STANDARD – ISO – **Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Wholebody Vibration – Part 1: Vibration in Buildings (1 Hz to 80 Hz)** – ISO 2631 – 2ª Ed – 01/05/1997
- [4] – INTERNATIONAL STANDARD – ISO – **Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Wholebody Vibration – Part 2: Vibration in Buildings (1 Hz to 80 Hz)** – ISO 2631 - 2ª Ed – 23/04/2001.
- [5] – MURRAY, T.M; ALLEN, D.A; UNGAR,E.E. **Floor Vibrations Due to Human Activity – Steel Design Guide Series 11** – 2º Ed – Chicago: AISC – American Institute of Steel Construction Inc., 2003.
- [6] – KAMEI, C. M. **Análise Dinâmica de Plataformas Industriais Submetidas a Carregamentos Dinâmicos de Equipamentos Rotativos**. Vitória, ES, UFES, 2010.
- [7] – BALACHANDRAN B; MAGRAB; EDWARD. **Vibrações Mecânicas – Tradução da 2ª Edição Norte Americana**. New York: CENCAGE Learning, 2011.
- [8] – FERREIRA, W.G; **Análise Dinâmica no Domínio da Frequência de Sistemas Estruturais**, 1ed. Vitória, ES, Editora Enfoque Comunicação e Marketing Ltda, 2002.
- [9] – BEARDS, C.F; **Structural Vibration–Analysis and Damping**, Burlington, MA, Butterwort-Heinemnn, 2003.