

**IBAPE - XII COBREAP - CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE  
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS, BELO HORIZONTE/MG**

**MODELOS ESPACIAIS APLICADOS AO MERCADO DE APARTAMENTOS DO  
RECIFE**

Autores

**DANTAS, RUBENS ALVES**

Engenheiro Civil, CREA 8349-D/PE, IBAPE-SP 1184, M.Sc., Doutorando em Economia  
Rua Gildo Neto, 62, Tamarineira, Recife, PE, Brasil- CEP 52.050-130  
Fone: (81) 3268.3888 - e-mail: [radantas@elogica.com.br](mailto:radantas@elogica.com.br)

**MAGALHÃES, ANDRÉ MATOS**

Ph.D. em Economia pela Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, EUA  
Rua João Ramos 211, apt 2002, Graças, Recife – PE – CEP 52011080  
Fone (81) 3423.0643 - e-mail: [magalhs@npd.ufpe.br](mailto:magalhs@npd.ufpe.br)

**VERGOLINO, JOSÉ RAIMUNDO DE OLIVEIRA**

Ph.D. em Economia pela Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, EUA  
Rua Acadêmico Hélio Ramos, s/n, Cidade Universitária, Recife – PE – CEP 50000-000  
Fone (81) 3272.2408 - e-mail: [quantum@hotlink.com.br](mailto:quantum@hotlink.com.br)

**Resumo:**

*No Brasil a avaliação de imóveis pelo Método Comparativo de Dados de Mercado tem sido realizada utilizando-se o Modelo Clássico de Regressão (MCR), admitindo-se a independência das informações extraídas do mercado. Contudo, dados associados à posição que ocupam no espaço são caracterizados pela dependência ou heterogeneidade espacial e, neste caso, somente os **Modelos Espaciais**, que usam como ferramenta estatística a **Regressão Espacial**, são capazes de explicar com fidelidade o comportamento do mercado imobiliário. Este trabalho mostra como elaborar estes modelos e faz uma aplicação empírica a uma amostra de 228 dados de apartamentos no Recife. Os resultados obtidos indicam a existência de fortes efeitos de defasagem espacial entre os preços e comprova-a tendenciosidade das avaliações realizadas pela metodologia tradicional.*

**Palavras-chave:** *avaliação, imóveis, preços hedônicos; econometria espacial.*

**Abstract**

*The real estate evaluation in Brazil is usually conducted by means of Classic Model of Regression. However, the spatial distribution of the data is an additional factor that must be considered. Ignoring this factor can generate serious problems such as biased or inefficient estimates. In this case, the methodology traditionally adopted it is inadequate and it should be substituted by a methodology denominated Spatial Regression. This paper shows this methodology and analyzes 228 data market of the city of Recife-PE. The obtained results indicate the existence of spatial dependence in the data and the need for the spatial correction.*

**Key words:** *appraisal, real estate, hedonic prices; spatial econometrics*

## **CURRÍCULOS RESUMIDOS DOS AUTORES**

### **RUBENS ALVES DANTAS**

Engenheiro Civil pela UFPE – 1978;  
Mestre em Engenharia de Produção pela UFPE – 1987;  
Dourando em Economia com conclusão prevista para 07/2003;  
Professor de Engenharia de Avaliações na UFPE e na UPE – 1981/03;  
Chefe do Serviço de Vistorias e Avaliações do BNH – 1984/86;  
Engenheiro de Avaliações da Caixa Econômica Federal – 1986/03;  
Presidente do IPEAPE – 1988/90;  
Membro da comissão de estudos da ABNT na revisão NBR-5676 – 1998/03.

### **ANDRÉ MATOS MAGALHÃES**

Economista pela UFPE - 1995;  
Mestre em Economia pela University of Illinois (USA) - 1997;  
Ph.D. pela Universidade de Illinois (USA) - 2000;  
Professor Adjunto do departamento de Economia da UFPE.

### **JOSÉ RAIMUNDO DE OLIVEIRA VERGOLINO**

Economista pela UFPA em 1971;  
Mestre em Economia pelo PIMES - 1975;  
Ph.D. pela University of Illinois (USA) - 1985;  
Professor Adjunto do departamento de Economia da UFPE ;  
Pesquisador do CNPq.

## 1. INTRODUÇÃO

O valor de mercado de imóveis urbanos e rurais é um parâmetro importante para tomada de decisão em muitos órgãos governamentais ou privados: prefeituras (elaboração de plantas genérica de valores, cobrança de IPTU e ITBI, desapropriações); Serviço de Patrimônio da União (cobrança de laudêmio, foro); Receita Federal (cobrança de impostos sobre ganhos de capital, verificação da possibilidade de transações infra ou super valoradas que envolvam lavagem de dinheiro); INCRA (pagamento de desapropriações rurais para instituição da reforma agrária); Poder Judiciário (avaliações para subsidiar decisões judiciais); Agentes Financeiros (garantia de financiamento, limite de operações de crédito, leilões) e empresas privadas (operações de compra e venda, análise de viabilidade de empreendimentos), dentre outros. No Brasil, estas avaliações têm sido realizada pelo Método Comparativo de Dados de Mercado, utilizando-se o Modelo Clássico de Regressão (MCR), admitindo-se a independência das informações extraídas do mercado. Contudo, dados associados à posição que ocupam no espaço (cidades, regiões, bairros ou a própria coordenada geográfica), são caracterizados pela dependência ou heterogeneidade espacial (Anselin, 1988). Neste caso, infelizmente, os resultados obtidos pelo MCR não são capazes de explicar com fidelidade o comportamento do mercado imobiliário, podendo gerar avaliações tendenciosas, inconsistentes ou ineficientes. A solução para realização de avaliações confiáveis é proceder a análise com base nos *Modelos Espaciais*, isto é, modelos estimados com base na nova metodologia denominada *Econometria Espacial*, que usa como ferramenta estatística a *Regressão Espacial*. A Econometria Espacial foi desenvolvida na década de 70 e recebeu grande impulso nas ampliações realizadas por Anselin (1988), principalmente na parte aplicada, com o desenvolvimento da ferramenta computacional denominada SpaceStat (Anselin, 1990).

A literatura internacional reconhece a importância da questão espacial na avaliação de imóveis e tem tratado o problema de diversas formas. Basu e Thibodeau (1998) utilizam de variogramas para testar os efeitos de dependência espacial; Can (1990) utiliza um índice de vizinhança construído a partir de análise fatorial. Outros exemplos podem ser encontrados em Can (1992), Dubin (1992), Olmo (1998), Garcia *at al* (2002) e Olmo e Guervós (2002). Nos Estados Unidos, em um trabalho publicado no Real Estate Research Institute, o Instituto de Pesquisa Imobiliária Americano, Kelley *at al* (1998), concluem que os resultados da aplicação da metodologia de regressão espacial são muito superiores aos obtidos pela metodologia tradicional de mínimos quadrados e ainda que: *“real estate and spatial statistics naturally complement each other”*, ou seja, imóveis e estatística espacial naturalmente complementam um ao outro.

No Brasil, o trabalho elaborado por Dantas *et al* (2001), representa a primeira tentativa de incorporar a questão espacial à avaliação de imóveis. Tal estudo estima um modelo espacial para uma região da cidade do Recife, com uma amostra de apartamentos situados em 59 edifícios residenciais, distribuídos em quatro bairros e encontra indicações de autocorrelação espacial. Em expansões deste trabalho, Dantas *et al* (2002a), Dantas *et al* (2002b) e Magalhães e Dantas (2002), com ampliação da amostra e do número de bairros, encontram resultados mais consistentes, que reforçam a presença de efeitos de dependência espacial em dados imobiliários na cidade do Recife.

Este trabalho pretende atingir dois objetivos: um relacionado aos aspectos metodológicos e outro de natureza empírica. O de caráter metodológico consiste em mostrar como se pode diagnosticar e incorporar os efeitos espaciais na especificação de modelos de regressão, utilizando-se a nova metodologia denominada *Econometria Espacial*, ainda não difundida no

Brasil. O segundo trata da pesquisa aplicada ao estudo da economia urbana, mais concretamente, a análise microeconômica do mercado imobiliário da cidade do Recife, capital do estado de Pernambuco, uma das mais importantes cidades do país<sup>1</sup>. Para realização dos testes empíricos e estimação dos modelos espaciais serão utilizados dados do Censo Demográfico do IBGE (2000) e de habitações financiadas pela Caixa Econômica Federal.

O estudo será composto por 5 (cinco) seções, inclusive esta introdução. Na seção 2 apresenta-se a metodologia de modelagem por *Econometria Espacial*. Tendo em vista a influência do padrão socioeconômico do bairro na valorização dos imóveis, será realizada na seção 3 uma análise da dependência espacial entre as rendas médias dos chefes de família do Recife, utilizando-se dados do Censo Demográfico do IBGE (2000). A seção 4 ocupa-se da estimação de um modelo espacial de preços hedônicos para o Recife, utilizando-se o banco de dados de apartamentos financiados pela CAIXA. Finalmente na seção 5 são apresentadas as conclusões e recomendações.

## 2. METODOLOGIA

### 2.1 Modelagem pela Metodologia Tradicional

A formulação mais simples para explicar comportamento dos preços no mercado imobiliário, pela metodologia tradicional, é representada pela equação:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, \quad i=1, \dots, m \quad (2.1)$$

onde:  $Y_1, \dots, Y_m$  - chama-se variável dependente representada pelo preço do imóvel;  $X_{i1}, \dots, X_{ik}$  - são chamadas de variáveis independentes, correspondentes às suas características estruturais (área construída, padrão construtivo, número de vagas na garagem, etc.) e de localização (bairro onde se situa o imóvel, distância a pólos de influência, amenidades do entorno, etc.), bem como aspectos econômicos (época da compra, condições de pagamento do imóvel, natureza do evento: em oferta ou efetivamente vendido, etc.);  $\beta_0, \dots, \beta_k$  - são denominadas de parâmetros do modelo e  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m$  - são os erros aleatórios que não podem ser explicados explicitamente, causados principalmente pelas variações do próprio comportamento humano (uns com mais habilidades na negociação, desejos, necessidades, caprichos, ansiedades, poder aquisitivo etc.), medidas inexatas ou pela não inclusão de variáveis independentes que contribuem muito pouco para a formação dos preços de mercado.

Em forma matricial a equação (2.1) pode ser representado por

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (2.2)$$

sendo  $Y$ ,  $\beta$  e  $\varepsilon$  os vetores de preços observados, de parâmetros e de erros aleatórios do modelo de regressão, respectivamente, e  $X$  a matriz das observações das variáveis independentes.

A estimação dos parâmetros é feita por inferência estatística com base em uma amostra representativa do segmento de mercado em análise. Tradicionalmente, esta estimação tem sido realizada pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), que consiste em minimizar a soma dos quadrados das distâncias, medidas na vertical, entre os preços observados no mercado e os ajustados pelo modelo adotado. O vetor de coeficientes do

---

<sup>1</sup> Recife é a 7ª capital do país em população e a 8ª em número de domicílios.

modelo, também chamados de vetor de preços implícitos ou hedônicos, conforme definição constante em Rosen (1974), é obtido por:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{Y}). \quad (2.3)$$

Neste caso, um coeficiente  $b_j$  de uma determinada variável explicativa  $X_j$ , corresponde ao preço hedônico de uma unidade desta característica, ou seja, o seu preço marginal de equilíbrio entre produtores e consumidores. Desta forma, o valor médio estimado para um imóvel de características representadas por um vetor  $\mathbf{C} = [1 \ c_1 \ c_2 \ \dots \ c_k]$ , com base num modelo de modelo com  $k$  variáveis independentes e vetor de parâmetros estimados  $\mathbf{b} = [b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_k]'$ , é calculado pela expressão:

$$\mathbf{Yc} = \mathbf{Cb} \quad (2.4)$$

Constata-se que, da combinação linear dos preços implícitos de cada uma das características do imóvel e as respectivas quantidades demandadas, chega-se ao valor estimado de mercado do imóvel. A norma brasileira para avaliação de imóveis urbanos, NBR-5676/90, da Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT, denomina este procedimento avaliatório de Método Comparativo de Dados de Mercado<sup>2</sup>.

Para que os parâmetros inferidos no mercado, pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários, sejam não-tendenciosos, eficientes e consistentes<sup>3</sup>, alguns pressupostos sobre as variáveis independentes, os resíduos e a especificação do modelo devem ser atendidos<sup>4</sup>: as variáveis independentes não devem conter nenhuma perturbação aleatória e não deve existir nenhuma relação linear exata entre as mesmas; os erros aleatórios satisfazem as hipóteses de variância constante (modelo homocedástico), normalidade e ausência de autocorrelação; e ainda que o modelo esteja corretamente especificado, ou seja, na sua composição estejam incluídas apenas variáveis explicativas relevantes, e a escala das variáveis envolvidas sejam adequadamente escolhidas, com o objetivo de garantir a linearidade do modelo. Este modelo é denominado de Modelo Clássico de Regressão (MCR).

Em geral, quando se trabalha com dados de corte transversal não faz sentido testar a autocorrelação dos erros aleatórios, sendo este cuidado indispensável em dados de séries temporais. Ocorre que, quando se trata de dados distribuídos espacialmente, como é o caso de dados habitacionais, podem existir erros de medidas em relação à exata localização do imóvel, como também efeitos de interação, difusão e “spillovers” espaciais. Estas razões são suficientes para que o pesquisador considere um fator adicional no modelo tradicionalmente adotado: *a autocorrelação ou dependência espacial*. A não consideração deste efeito, como vem ocorrendo rotineiramente na análise do comportamento do mercado imobiliário, pode gerar sérios problemas de estimação, pois, na presença de autocorrelação espacial nos resíduos, os parâmetros estimados por (2.3) são ineficientes e, neste caso, testes de significância como  $t$  de Student e  $F$  de Snedecor, bem como os intervalos de confiança inferidos, não são mais válidos e as decisões tomadas com base neles são enganosas. Da

2 É condição fundamental para aplicação deste método a existência de um conjunto de dados que possa ser tomado, estatisticamente, como amostra representativa do mercado imobiliário.

3 A não-tendenciosidade indica que a média de todas as possíveis médias de amostras extraídas do mercado coincide com o verdadeiro valor de mercado; a eficiência está associada à dispersão destas possíveis médias estimadas em torno da verdadeira média, sendo que na comparação entre diversos estimadores não-tendenciosos, o estimador eficiente é aquele que apresentar a menor variância, enquanto que a propriedade da consistência indica que na medida em que a amostra cresce, a sua média se aproxima do verdadeiro valor de mercado.

4 Ver Dantas (2001, capítulos 5 e 6), ENGENHARIA DE AVALIAÇÕES - Uma Introdução à Metodologia Científica, Editora PINI, São Paulo, Brasil.-

mesma forma, a dependência espacial dos preços observados em relação aos preços dos imóveis vizinhos provocará estimações tendenciosas e inconsistentes para os parâmetros, em virtude de um erro de especificação no modelo, pela não inclusão de uma variável dependente espacialmente defasada no modelo (2.2). Em ambos os casos, o MCR mostra-se inadequado, devendo ser substituído pelos *Modelos Espaciais*, estimados por uma nova metodologia denominada *Modelagem por Econometria Espacial*.

## 2.2 A Modelagem por Econometria Espacial

### 2.2.1 Os Efeitos Espaciais

Existem dois tipos de efeitos que podem ser encontrados nos dados distribuídos espacialmente: o efeito de heterogeneidade espacial e o efeito de autocorrelação ou dependência espacial. O primeiro diz respeito à instabilidade dos parâmetros em relação à região em que se situam os dados e, na ausência de dependência espacial, podem diagnosticado pelo teste de Chow e tratado pela metodologia tradicional, utilizando-se variáveis de interação entre cada variável explicativa e variável indicativa da região (ver Dantas, 1997); o segundo efeito diz respeito a uma verdadeira interação espacial entre os dados, que pode afetar o termo de erro, a variável dependente ou ambos. Neste caso, somente a econometria espacial é capaz de realizar estimações seguras dos parâmetros do modelo. Os efeitos de autocorrelação espacial no termo erro devem ser tratados pelos *Modelos de Erros Espaciais*, através da inclusão de um fator de defasagem espacial nos erros aleatórios do modelo (2.2) e que será apresentado na seção 2.3, enquanto que os efeitos de dependência entre os preços de cada imóvel e os preços dos imóveis vizinhos devem ser tratados pelos *Modelos de Defasagem Espacial*, onde se inclui uma variável dependente espacialmente defasada, como variável explicativa no modelo (2.2), que será mostrado na seção 2.4.

Existem duas forma de se diagnosticar a presença de efeitos de dependência espacial em uma amostra: pela análise gráfica do variograma ou utilizando-se testes estatísticos específicos como os testes de Moran I e os testes LM<sup>5</sup> Robusto (erro) e LM Robusto (defasagem). No primeiro caso, a inferência espacial é realizada pelo processo denominado KRI ou de Krigeagem, desenvolvido por Matheron (1965); no segundo caso, a modelagem espacial é realizada conforme a metodologia desenvolvida por Anselin (1988), que será utilizada, predominantemente, neste estudo. Uma boa resenha sobre a outra metodologia pode ser encontrada em Guervós (1999).

Para diagnosticar a presença de efeitos de dependência espacial, bem como introduzir estes efeitos no modelo (2.2), é necessário definir, previamente, uma matriz de pesos espaciais, conhecida como  $\mathbf{W}$ . No caso mais simples,  $\mathbf{W}$  é uma matriz simétrica em que cada elemento  $w_{ij}$ , é igual a 1(um) se  $i$  e  $j$  são vizinhos e igual a zero no caso contrário. Por convenção, os elementos diagonais são iguais a zero, ou seja,  $w_{ii} = 0$ . Outras matrizes, como as propostas por (Cliff e Ord, 1981) e (Case *et al*, 1993), consideram a importância dos vizinhos através de uma ponderação correspondente ao inverso da distância ou ao inverso do quadrado da distância entre eles. Em geral, a matriz de  $\mathbf{W}$  é padronizada por linha, assumindo a nomenclatura  $\mathbf{W}^s$ . Neste caso, cada elemento de  $\mathbf{W}^s$ , representado por  $w_{ij}^s$ , é obtido dividindo-se  $w_{ij}$  pela soma dos elementos da linha  $i$  a que pertence, ou seja  $w_{ij}^s = w_{ij} / \sum_j w_{ij}$ . Nesta matriz, os elementos das linhas somam 1. Este procedimento, além de facilitar a interpretação dos pesos, como uma média ponderada dos valores dos vizinhos, assegura a

---

<sup>5</sup> LM é a sigla de Multiplicador de Lagrange.

compatibilidade entre os modelos (Anselin e Bera, 1998). O argumento principal a favor do uso de uma matriz de peso espacial é que esta associa uma variável em um certo ponto do espaço às observações da mesma variável em outros lugares do espaço. Neste trabalho será utilizada, por simplicidade, a notação  $\mathbf{W}$  para a matriz de pesos espaciais ponderada por linha.

## 2.2.2 Diagnóstico da Dependência Espacial

Os principais testes utilizados para detectar a autocorrelação espacial são Moran I, LM Robusto (erro) e LM Robusto (defasagem). O teste de Moran I é o mais usado nos estudos de dados de corte transversal de unidades geográficas. O problema deste teste é que ele não identifica o tipo de efeito (erro ou defasagem espacial). Por isso, serão utilizados testes mais específicos: o LM (erro) Robusto, para detectar efeitos de autocorrelação espacial no termo de erro; e o LM (defasagem) Robusto, para verificar a presença de efeitos de defasagem espacial na variável dependente. A seguir, estes testes serão apresentados de forma resumida. Maiores detalhes podem ser encontrados Anselin (1988a). É importante frisar que a validade destes testes exige a aceitação das hipóteses de normalidade e homocedasticidade dos resíduos de MQO, obtidos pelo modelo (2.2).

### 2.2.2.1 Teste LM Robusto (erro)

O teste LM (erro) Robusto é assintótico realizado a partir da estatística (2.5), que tem distribuição Qui-quadrado com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de não existência de autocorrelação espacial no termo erro. A estatística de teste é dada por:

$$LM(\text{erro}) = \frac{[e'W'e/(s^2/n)]^2}{[tr(W^2 + W'W)]} \stackrel{a}{\approx} \chi_{(1)}^2, \quad (2.5)$$

onde  $e$  é o vetor de resíduos de mínimos quadrados;  $W$  a matriz de pesos espaciais;  $s^2 = e'e/n$  a estimativa de máxima verossimilhança da variância do modelo (2.2);  $n$  o número de dados da amostra e  $tr$  o operador denominado traço da matriz.

Assim, se a estatística de teste for superior ao ponto crítico da distribuição Qui-quadrado, com um grau de liberdade, rejeita-se a hipótese de não autocorrelação espacial nos resíduos do modelo clássico de regressão.

### 2.2.2.2 Teste LM Robusto (Defasagem)

O teste LM (defasagem) Robusto é também assintótico, realizado a partir da estatística (2.6), que tem distribuição Qui-quadrado com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de não existência de defasagem espacial na variável dependente. A estatística de teste é dada por

$$LM(\text{defasagem}) = \frac{\{[e'Wy/(s^2)]^2\}}{\{(WXb)'MWXb/s^2 + tr[W'W + W^2]\}} \stackrel{a}{\approx} \chi_{(1)}^2, \quad (2.6)$$

onde  $e$  é o vetor de resíduos de mínimos quadrados;  $W$  a matriz de pesos espaciais;  $y$  o vetor de observações na variável dependente;  $s^2 = e'e/n$  a estimativa de máxima verossimilhança da variância do modelo (2.2);  $X$  a matriz das variáveis independentes,  $b$  o vetor de parâmetros estimados via mínimos quadrados ordinários;  $n$  o número de dados da amostra  $M = I - X(X'X)^{-1}X'$  e  $tr$  o operador denominado traço da matriz.

A hipótese de não autocorrelação espacial na variável dependente do modelo clássico de regressão será rejeitada se a estatística de teste for superior ao ponto crítico da distribuição Qui-quadrado com um grau de liberdade.

Uma vez detectada a presença de autocorrelação espacial nos dados, faz-se necessário introduzir extensões convenientes no modelo tradicional, representado na equação (2.2), considerando-se os efeitos autocorrelação espacial nos erros, através do Modelo de Erro Espacial, e os efeitos ocasionados pelas interações entre os preços, pelo Modelo de Defasagem Espacial, como mostra-se a seguir.

### 2.3 O Modelo de Erro Espacial

A autocorrelação espacial no termo de erro está relacionada a erros de medida ocasionados pelas divisões artificiais das unidades geográficas, como os limites estabelecidos para os bairros de uma cidade, que não necessariamente coincidem com a verdadeira dimensão do fenômeno observado. Isto é, na prática, o consumidor não tem o conhecimento exato dos limites que dividem os bairros. No mercado imobiliário há uma tendência de efeito de transbordamento de um bairro de maior importância sobre os seus vizinhos. Por exemplo, o bairro de Boa Viagem, no Recife, devido à sua importância no contexto urbano e à grande demanda por habitação, foi se estendendo sobre os bairros do Pina e Imbiribeira. Outro fator que pode gerar a autocorrelação espacial nos erros é a omissão de variáveis locais relevantes.

Para tratar adequadamente este tipo de efeito espacial nos dados, a primeira modificação com relação à equação (2.2) será considerar o processo espacial autoregressivo no termo de erro, da seguinte forma:

$$\varepsilon = \lambda \mathbf{W}\varepsilon + u \quad \text{ou} \quad \varepsilon = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} u, \quad (2.7)$$

onde  $\lambda$  representa o coeficiente de autocorrelação espacial do termo erro;  $u$  é normalmente distribuído com média zero e variância constante;  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade e  $\mathbf{W}$  a matriz de pesos espaciais ponderada. Substituindo (2.7) em (2.2) resulta no seguinte modelo de erro espacial:

$$Y = X\beta + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} u \quad (2.8)$$

Para estimações eficientes dos parâmetros do modelo (2.8) é necessário usar o estimador de verossimilhança, que consiste em maximizar a função de log-verossimilhança dada por (2.9), utilizando-se técnicas de otimização não linear.

$$L = \frac{n}{2} \ln(\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \ln |\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}| - \frac{1}{2\sigma^2} \varepsilon' (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})' (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \varepsilon, \quad (2.15)$$

onde  $n$  representa o número de dados da amostra,  $\ln$  o símbolo do logaritmo natural,  $\sigma^2$  a variância do modelo e as demais variáveis têm a mesma definição da equação (2.7).

Como comentado na seção 2.1, quando os erros são autocorrelacionados espacialmente, os parâmetros estimados pelo Modelo Tradicional (2.2) são não eficientes, isto é, os desvios padrões que se encontram associados a eles são tendenciosos. Assim, as testes  $t$  e  $F$ , como

também os intervalos de confiança construídos não são mais válidos e os resultados obtidos a partir deles são enganosos.

## 2.4 O Modelo de Defasagem Espacial

O efeito de defasagem espacial é ocasionado pela dependência espacial criada através de uma interação espacial entre os preços dos imóveis, uma espécie de “efeito de vizinhança” na determinação dos preços. Isto é, quando um comprador e um vendedor realizam a transação de um imóvel, eles não somente levam em consideração as suas características estruturais e locacionais, mas também são influenciados pelos preços dos imóveis vizinhos. Neste caso, esta influência é medida pela inclusão de uma variável adicional no modelo (2.2), dada por  $\mathbf{WY}$ , que é a variável dependente espacialmente defasada. Cada elemento  $wy_i$ , do vetor  $\mathbf{WY}$  é formado por uma ponderação dos preços dos imóveis vizinhos. Esta variável serve também para captar os efeitos de dependência espacial não considerados explicitamente nas variáveis locacionais comumente utilizadas, como questões ligadas à segurança, saúde, educação, etc. A introdução do termo de defasagem espacial, como variável independente, serve como “proxy” para as variáveis independentes omitidas que estão correlacionadas com as características locacionais (Pace, Barry e Sirmams, 1998). Com a incorporação desta variável, o modelo (2.2) passa a ser

$$Y = X\beta + \rho WY + \varepsilon, \quad (2.10)$$

onde  $\rho$  é o coeficiente de autocorrelação espacial da variável  $WY$ ,  $\varepsilon$  é idêntica e independentemente distribuído (i.i.d).

Tendo em vista que a variável  $WY$  é aleatória, a estimação por mínimos quadrados ordinários não é adequada, porque viola um dos pressupostos básicos do Modelo Clássico de Regressão<sup>6</sup>. Observe-se também que, ao comparar os modelos (2.2) com (2.10), constata-se no primeiro a falta da variável  $WY$ , o que gera um grave erro de especificação<sup>7</sup>. Neste caso, as avaliações realizadas por (2.2) são tendenciosas e inconsistentes. Da mesma forma que no modelo (2.9), a estimação deve ser realizada pelo método da máxima verossimilhança, que consiste na maximização da função,<sup>8</sup> utilizando técnicas de otimização não linear.

$$L = \frac{n}{2} \ln(\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \ln |\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}| - \frac{1}{2\sigma^2} \varepsilon' \varepsilon \quad (2.11)$$

## 2.5 Escolha de Modelos

Uma maneira de escolher o modelo a adotar – o Modelo de Erro espacial ou o Modelo de Defasagem Espacial - pode ser feita pela comparação do valor absoluto das estatísticas (2.11) e (2.12). Assim, quanto maior for o valor encontrado na estatística de teste, maior será o efeito espacial correspondente a esta estatística, conforme argumento de Anselin e Rey (1991). Outra forma de escolha de modelos é pela utilização dos critérios de informação de Akaike (AIC) e de Schwartz (SC).

Em termos gerais, estes critérios de informação assumem a forma

6 As variáveis explicativas não devem conter nenhuma perturbação aleatória.

7 No modelo devem estar presentes todas as variáveis explicativas relevantes.

8 Uma derivação de estimador de verossimilhança pode ser encontrada em Anselin (1988).

$$IC = -2L + f(k,n), \quad (2.12)$$

onde  $L$  é a máxima log verossimilhança e  $f(k,n)$  é uma função do número de variáveis independentes ( $k$ ) e do número de observações ( $n$ );  $f(k,n) = 2k$  para o Critério de Informação de Akaike (AIC) e  $f(k,n) = k \cdot \ln(n)$  para o Critério de Informação Schwartz (SC).

O princípio que está por traz do critério de informação é que a falta de ajuste é penalizada em função dos graus de liberdade. Na escolha de modelos alternativos, o melhor será aquele com menores valores encontrados para AIC e SC. Uma discussão mais detalhada destes critérios de informação podem ser encontradas em Anselin (1988a).

### 3. UMA ANÁLISE DA DEPENDÊNCIA ESPACIAL DA RENDA NA CIDADE DO RECIFE

Tendo em vista que o padrão socioeconômico do bairro onde se situa o imóvel é um forte determinante na sua valorização, elabora-se nesta seção uma análise da dependência espacial entre as rendas dos chefe de família nos 94 bairros do Recife, que servirá de suporte para a modelagem realizada na seção seguinte. Foram utilizados dados do Censo Demográfico do IBGE (2000) e informações coletadas junto ao Departamento de Cartografia da UFPE, relativas às áreas dos bairros e às respectivas coordenadas geográficas dos seus centróides (E,N), em UTM<sup>9</sup>. No diagnóstico foram utilizados variogramas ou testes de autocorrelação espacial, conforme metodologia desenvolvida por Anselin (1988), descrita na seção 2.

Os testes de autocorrelação espacial foram realizados sobre os resíduos de mínimos quadrados de um modelo ajustado a um polinômio de tendência do segundo grau, resultante de uma regressão da variável dependente analisada ( $V$ ) sobre as coordenadas geográficas correspondentes ao centróide do bairro ( $E$  e  $N$ ), seus quadrados ( $E^2$  e  $N^2$ ) e sua interação ( $EN$ ), que toma a forma da seguinte equação:

$$V = a_0 + a_1 E + a_2 N + a_3 E^2 + a_4 N^2 + a_5 EN, \quad (3.1)$$

onde  $a_i$  ( $i=1$  a  $5$ ), são os coeficientes estimados do modelo.

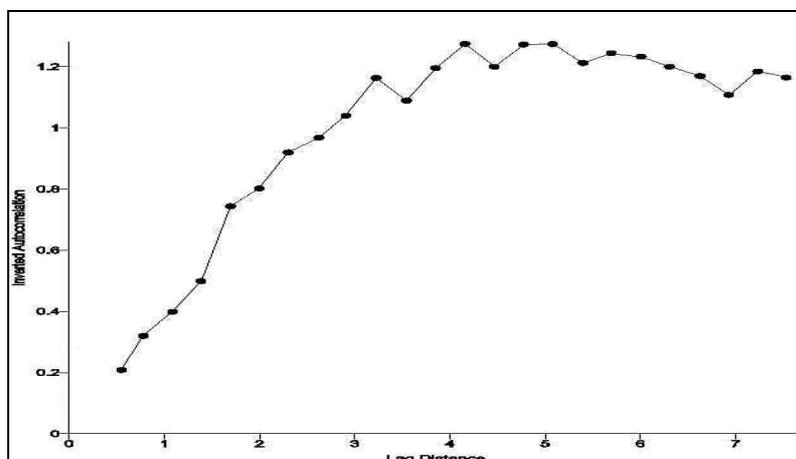
O ajustamento deste polinômio tem como objetivo captar as variações da variável analisada ( $V$ ), a grande escala espacial. Para evitar problemas graves de multicolinearidade, geralmente presentes neste tipo de modelo, utilizam-se as coordenadas transformadas em termos de desvios em relação à média (Olmo e Guervós, 2002).

Inicialmente, a análise é realizada pelo processo de Krigeagem, utilizando-se o programa *Surfer*, com a construção do variograma experimental que está plotado na figura 3.1. Por este gráfico pode-se observar que o alcance do variograma é de 3km. Ou seja, a variância cresce até uma distância de cerca de 3km entre os dados, havendo, a partir de então, uma tendência de estabilização. Este comportamento indica que existe um raio de influência de contágio espacial de cerca de 3km, tornando-se desprezíveis estes efeitos, a pequena escala espacial, a partir deste limite. Assim, há evidências de que famílias com faixas de renda semelhantes tendem a morar próximas umas das outras, ou melhor, existe um agrupamento de bairros de rendas elevadas e também os bairros de padrão de rendas baixas tem vizinhos na mesma faixa de renda.

---

<sup>9</sup> Sigla de Universal Transversa de Mercator.

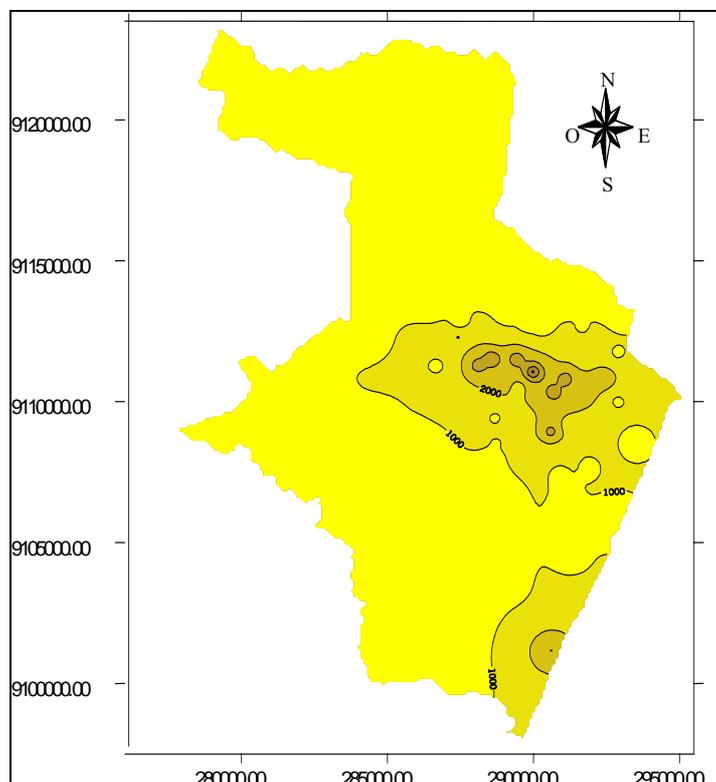
**Figura 3.1**  
**Variograma Experimental da Renda Média dos Chefes de Família da cidade do Recife**  
**Ano:2000**



Fonte: IBGE - Censo Demográfico 2000.

Com base na estrutura definida pelo variograma, realizou-se a inferência espacial, através do processo de Krigagem, obtendo-se as curvas de iso-renda mostradas na figura 3.2, como também o mapa de distribuição de renda apresentado na figura 3.3.

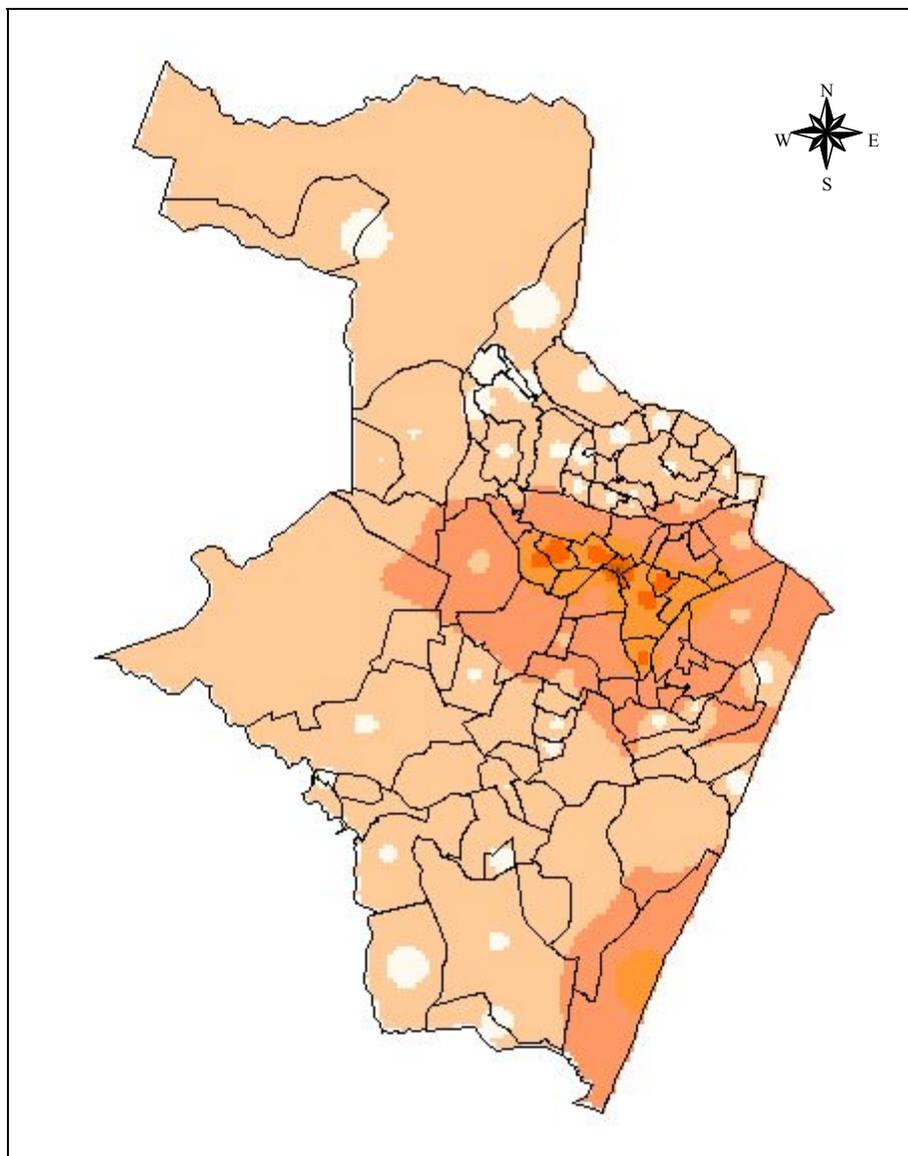
**Figura 3.2**  
**Mapa de iso-renda da cidade do Recife.**  
**Ano: :2000**



Fonte: IBGE - Censo Demográfico 2000

Nota: A parte mais escura da figura representa a região de Boa Viagem na zona sul e a região da Jaqueira na zona centro-oeste.

**Figura 3.3**  
**Mapa de distribuição de renda da cidade do Recife**  
**Ano: :2000**

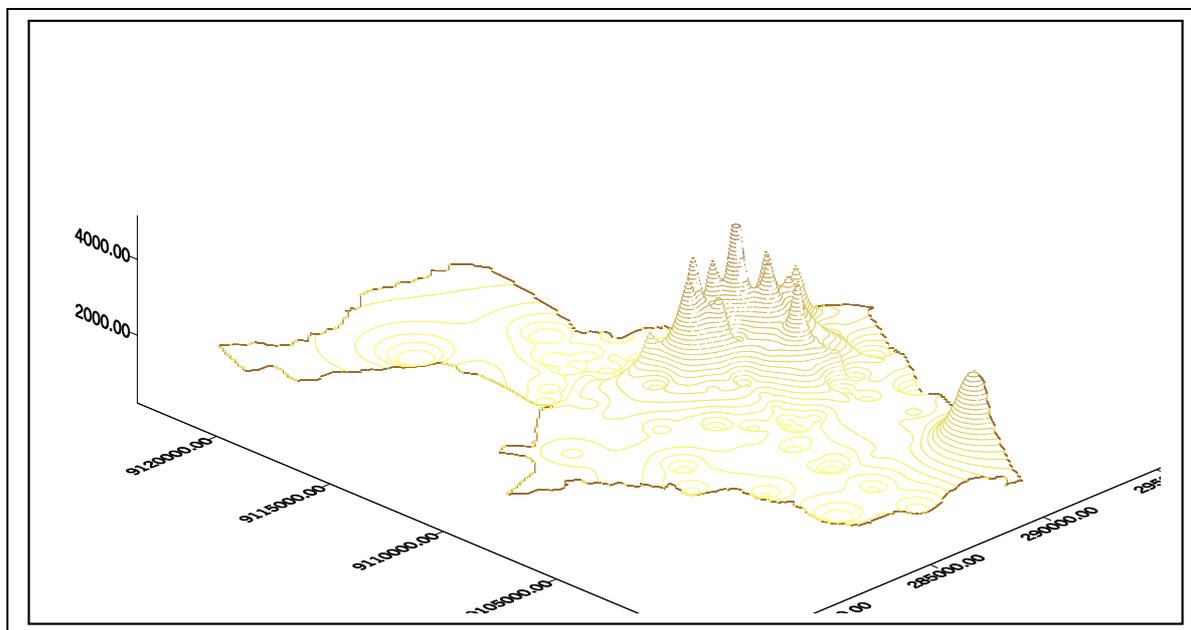


Fonte: IBGE - Censo Demográfico 2000

Nota: A parte mais escura na zona sul da representa a região de Boa Viagem e a na zona centro-oeste a região da Jaqueira.

Nas figuras 3.2 e 3.3 identifica-se uma concentração de renda, representada pelas partes mais escuras, em torno de dois pólos de influência da cidade. Na zona sul, a Praia de Boa Viagem e conseqüentemente o bairro de Boa Viagem, e, na zona norte, o Parque da Jaqueira, com influência sobre os bairros da Jaqueira, Tamarineira, Graças, Parnamirim, Aflitos, Casa Forte e Espinheiro, denominada, neste trabalho, de região da Jaqueira. Uma visão mais clara deste efeito pode ser observada no mapa de curvas de nível de renda, representado na figura 3.4.

**Figura 3.4**  
**Mapa de curvas de nível de iso-rendas da cidade do Recife**  
**Ano::2000**



Fonte: IBGE - Censo Demográfico 2000

**Nota:** A parte mais elevada da figura representa a região de Boa Viagem na zona sul e a região da Jaqueira na zona centro-oeste.

A figura 3.4 evidencia a estrutura multicêntrica da cidade do Recife, deixando claro que o centro comercial da cidade, considerado como o bairro de Santo Antônio, não representa um pólo de atração para as famílias de maior poder aquisitivo. Isto era um fato esperado e ocorre na maioria das cidades de grande porte do Brasil, em função dos imóveis localizados no centro da cidade serem antigos, além das questões relacionadas com trânsito, poluição e falta de amenidades urbanas positivas.

Em relação a esta multicentralidade, é importante observar que até o início da década de 80, o centro comercial do Recife funcionava predominantemente no bairro de Santo Antônio, que concentrava a maioria dos estabelecimentos comerciais e bancários, encontrados nas avenidas Guararapes, Dantas Barreto e adjacências, e se estendiam pela Avenida Conde da Boa Vista, no bairro da Boa Vista. Naquela época, estas avenidas eram consideradas como os principais eixos comerciais da cidade, juntamente com a ruas Nova e Imperatriz. Com a instalação do Shopping Center Recife, em Boa Viagem, o comércio do centro da cidade foi diminuindo devido à preferência da população de maior poder aquisitivo em realizar compras no Shopping – um centro comercial moderno e seguro. Com isto, muitos estabelecimentos bancários e comerciais trocaram o centro pelas avenidas de maior fluxo de tráfego, como a Agamenon Magalhães<sup>10</sup>, que faz a ligação do bairro de Boa Viagem a Olinda, e eixos urbanos importantes de Boa Viagem (Avenidas Conselheiro Aguiar e Domingos Ferreira). Antes destas modificações, o bairro da Boa Vista, vizinho ao centro, tinha o maior preço médio de terreno da região metropolitana (Melo, 1990). Enquanto as atenções se voltavam para o bairro

<sup>10</sup> Desde a inauguração do viaduto João Paulo II, no início da década de 80. É a mais larga avenida da cidade, com 4 faixas de rolamento e mais duas faixas marginais, em cada sentido do trânsito.

de Boa Viagem, onde era grande o desenvolvimento em função das razões já comentadas, surge, no início da década de 80, na zona centro-oeste da cidade, uma grande área verde, com jaqueiras seculares, situada entre os bairros da Tamarineira, Aflitos e Graças, foi transformada em parque, com a denominação de Parque da Jaqueira. Este parque, pelas sua infra-estrutura moderna, com pista de cooper, ciclovias e outros entretenimentos, despertou logo a atenção da classe de maior poder aquisitivo. Morar perto da Jaqueira tornou-se uma questão de *status*. Com isto, desencadeou-se uma série de construções de edifícios de apartamentos, para atender as classes de renda média-alta, nas imediações do parque, com transbordamento para os bairros vizinhos (Rosarinho, Parnamirim, Espinheiro, Santana, Casa Forte e Monteiro), configurando-se uma nova centralidade para o Recife.

Estes efeitos de dependência espacial entre as rendas do chefe da família também foram comprovados pela metodologia desenvolvida por Anselin (1988), utilizado-se o programa *SpaceStat*, desenvolvido por Anselin (1990). Para isto faz-se necessário a montagem de uma matriz de vizinhança  $\mathbf{W}$ , com 94 linhas e 94 colunas, onde cada elemento da matriz,  $w_{ij}$ , representa a influência do bairro  $i$  sobre o seu vizinho  $j$ , medida pelo inverso da distância entre os seus centróides. Assim, quanto maior a distância entre os bairros  $i$  e  $j$ , menor será a dependência espacial entre eles. Em seguida, a matriz é padronizada por linha, onde cada elemento da nova matriz padronizada é encontrado dividindo-se o seu valor pela soma dos valores dos elementos da linha a que pertence. Os elementos  $(i,j)$ , a matriz padronizada, podem ser interpretados como ponderadores de influência do bairro  $i$  sobre o bairro  $j$ .

Pelos testes de LM Robusto (erro) e LM Robusto (defasagem) observa-se que apenas o efeito de defasagem espacial é significativo ao nível de 6,63%, conforme resultados apresentados na tabela 3.1..

**Tabela 3.1**  
Diagnóstico da Dependência Espacial da Renda no Recife

Testes	Valor	Probabilidade
LM ROBUSTO (erro)	0,5836	0,4449
LM ROBUSTO (defasagem)	3,3699	0,0663

**Nota:** As hipóteses de normalidade e homocedasticidade dos resíduos foram aceitas com uma probabilidade de erro inferior a 1%, quando realizados os testes de Jarque-Bera e Breusch-Pagan, respectivamente.

Em função dos resultados obtidos, ajustou-se um modelo de defasagem espacial, ou seja, um polinômio de tendência do segundo grau, com a forma da modelo 3.1, tomando-se como variável dependente o logaritmo natural da renda do chefe da família no bairro (LRE), incluindo-se ainda a variável dependente defasada espacialmente,  $W\_LRE$ , cujos resultados encontram-se na tabela 3.2. Como o coeficiente do termo de defasagem espacial é altamente significativo, os efeitos de interação espacial são confirmados, indicando a presença de dependência espacial fortemente positiva da renda média dos chefes de família entre os bairros do Recife. Pode-se concluir que a renda do bairro não é explicada apenas pela sua posição geográfica, mas também pela influência que a renda dos bairros vizinhos exerce sobre ele. Estes resultados confirmam que o padrão socioeconômico do bairro é um forte determinante na escolha da localização do imóvel: as pessoas de renda elevada procuram morar em bairros de padrão de renda semelhantes. Desta forma, o poder público, criando amenidades urbanas, a exemplo do Parque da Jaqueira, pode desconcentrar a densidade urbana das cidades.

**Tabela 3.2**  
**Modelo de Defasagem Espacial para a Renda**

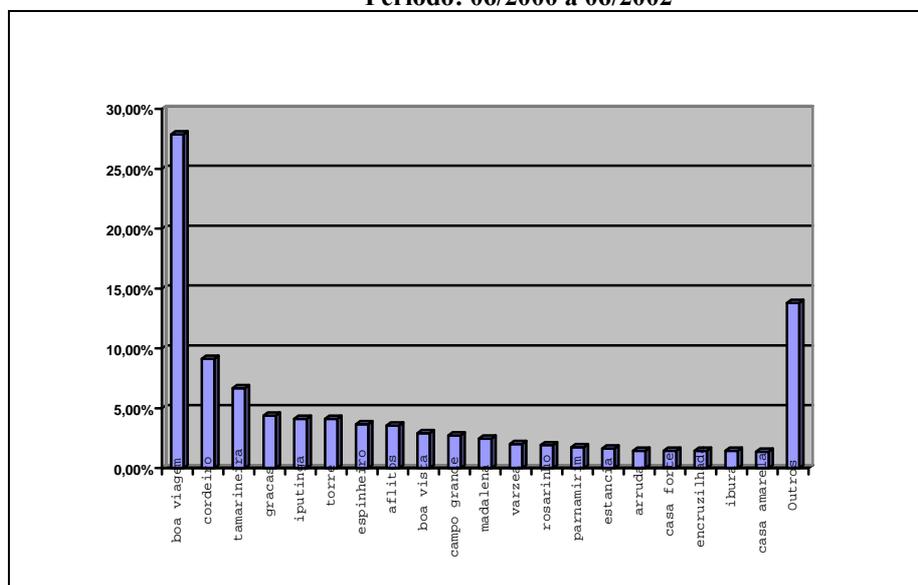
Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística z	Probabilidade
W LRE	0.898147	0.070810	12.683809	0.000000
CONSTANT	0.821191	0.466137	1.761695	0.078121
E	0.006043	0.028903	0.209112	0.834361
N	-0.041361	0.020357	-2.031735	0.042181
E <sup>2</sup>	-0.003993	0.007418	-0.538321	0.590355
N <sup>2</sup>	-0.010328	0.003874	-2.665404	0.007690
EN	-0.015470	0.006272	-2.466437	0.013646

Pela análise dos coeficientes do polinômio de tendência ajustado na tabela 3.2 observa-se que apenas os coeficientes das coordenadas N, N<sup>2</sup> e EN são significantes ao nível de 5%, indicando que as variações de renda, a grande escala espacial, são mais significativas no sentido da coordenada N, ou seja, na direção norte-sul. Na realidade, é nos bairros da periferia da zona norte onde existe a maior concentração da população de baixa renda e, na zona sul, onde existe o bairro mais populoso, Boa Viagem, com mais de 100.000 habitantes, que detém uma das rendas mais elevadas da cidade.

#### **4. O MODELO ESPACIAL DE PREÇOS HEDÔNICOS**

Esta seção trata da estimação de um modelo espacial de preços hedônicos para a cidade do Recife, utilizando-se uma base de dados extraída do sistema SISUPFOR - Sistema de Formulários Supervisionáveis de Engenharia da CAIXA, referente aos imóveis financiados pela instituição, no período de junho de 2000 a junho de 2002. Do SISUPFOR foram extraídas as informações sobre as características locacionais (logradouro, número e bairro) e estruturais dos apartamentos (área privativa, idade, conservação, número de quartos sociais, suítes, vagas de estacionamento, pavimentos do edifício, elevadores e de unidades da edificação). As variáveis econômicas relativas ao preço e data da compra da unidade habitacional foram coletadas em outro sistema - o SIACI - Sistema de Administração de Crédito Imobiliário. Dispondo-se dos dois bancos de dados, procurou-se obter uma amostra que fosse convergente, isto é, que estivesse presente nos dois bancos de dados, representando assim um consumidor *i*. Feita a consolidação e compatibilidade, obteve-se uma amostra de 232 dados, que representa cerca de 21,20% dos apartamentos demandados no período. Os dados estão distribuídos em 36 bairros da cidade, cujas quantidades demandadas podem ser observadas na figura 4.1.

**Figura 4.1**  
**Distribuição da Demanda de Apartamento por Bairros do Recife**  
**Período: 06/2000 a 06/2002**



Fonte: SISUPFOR-CAIXA

Observa-se que 28% dos apartamentos demandados estão no bairro de Boa Viagem e 33% na região da Jaqueira e nos bairros adjacentes (Graças, Aflitos, Tamarineira, Espinheiro, Encruzilhada, Rosarinho, Casa Forte, Casa Amarela, Torre e Madalena), comprovando mais uma vez, a preferência do consumidor por estes dois pólos, identificados na análise espacial realizada na seção anterior. Como variáveis locacionais, num primeiro momento, foram utilizadas as distâncias em quilômetros, de cada edifício a estes dois pólos de influência. Estas medidas foram obtidas pela montagem de uma matriz de distâncias, construída a partir das coordenadas geográficas dos edifícios, em UTM, compatibilizadas com uma planta digitalizada da cidade do Recife, através do programa ArcView. Utilizou-se, também, a influência do centro histórico da cidade, como tem sido tradicionalmente considerado na literatura. Tendo em vista que a renda do bairro é um forte determinante na escolha da habitação, considerou-se a renda média do chefe da família, em salários mínimos, como uma variável econômica para identificar o padrão socioeconômico do bairro onde está localizado o imóvel. Neste caso, a renda do bairro servirá como *proxy* para outras características, tais como educação, *status*, etc., como sugerido por Lucena (1985).

Para o tratamento dos dados será utilizado o sistema SpaceStat, desenvolvido por Anselin (1990). Inicialmente, será ajustado o modelo tradicional de preços hedônicos. Com base nos resíduos deste modelo será realizado o diagnóstico da presença de efeitos de dependência espacial. Sendo o resultado positivo, o modelo espacial de preços hedônicos será estimado, com base na metodologia de Econometria Espacial, como segue.

#### 4.2 Modelo Tradicional de Preços Hedônicos

No modelo tradicional de preços hedônicos, o preço da habitação (P) é função das suas características estruturais (E), locacionais (L) e ainda da época em que a mesma foi demandada (T), como definido na equação 4.1.

$$P = f(E, L, T, \beta) + \varepsilon, \quad (4.1)$$

onde  $f$  é um operador indicativo da forma funcional,  $\beta$  são parâmetros e  $\varepsilon$  os erros aleatórios do modelo, respectivamente. Considera-se  $\varepsilon$  como *iid*, ou seja, que os erros aleatórios são idêntica e independentemente distribuídos (normais, homocedásticos e não autocorrelacionados).

Para estimação empírica do modelo (4.1) utiliza-se o Modelo Clássico de Regressão, via Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), na forma funcional linear. Isto é, faz-se uma regressão do preço de compra da habitação (P) sobre as variáveis explicativas correspondentes ao nível socioeconômico do bairro onde foi demandada (BA); número de quartos sociais do apartamento (QS), de suítes (SU) e vagas na garagem (VA); número de pavimentos (NP), de elevadores (EL) e de unidades do edifício (UH); idade (ID) e conservação (CO) do edifício; período em que foi realizada a transação (PE) e distâncias do edifício à praia de Boa Viagem (DP), ao centro da cidade (DC) e ao Parque da Jaqueira (DJ). A variável qualitativa CO assumiu valor 1 para o estado ruim, 2 para o estado regular e 3 para o estado bom, enquanto que para a variável PE adotou-se uma *dummy*, com valor zero para os primeiros 12 meses e 1 para os demais meses em que foram realizadas as contratações. Pelos resultados que se encontram na tabela 4.2, verifica-se que as hipóteses básicas de normalidade e homocedasticidade dos erros aleatórios foram fortemente rejeitadas, quando utilizados os testes de Jarque-Bera e Koenker-Bassett,<sup>11</sup> indicando que esta forma funcional parece não ser a mais adequada.

**Tabela 4.1**  
Diagnóstico do Modelo Tradicional na Forma Funcional Linear

Teste	GL	Valor	Probabilidade
<b>Normalidade</b> (Jarque-Bera)	2	849,56	0.000000
<b>Heterocedasticidade</b> (Koenker-Bassett)	14	114,06	0.000000

Com o objetivo de estabilizar a variância e normalizar os resíduos, testa-se a forma funcional semi-log, onde o preço de compra dos apartamentos é considerado na escala logarítmica e as demais variáveis na escala original. Este modelo tem sido largamente adotado para explicar o comportamento do mercado imobiliário [ver Ermisch *at al.* (1996), Tiware *et al* (1999), Olmo e Guervós (2002), Can (1992), Basu e Thibodeau (1998), Lucena (1985)]. Dantas e Cordeiro (1988 e 2001), utilizando as transformações de Box-Cox (1964), verificaram que esta forma funcional é a que melhor se ajusta ao mercado de imobiliário do Recife.

O resultado do diagnóstico do modelo semi-log, que se encontra na tabela 4.2, confirma as hipóteses de normalidade e homocedasticidade para o modelo, quando utilizados os testes de Jarque-Bera e Breusch-Pagan<sup>12</sup>, respectivamente.

**Tabela 4.2**  
Diagnóstico do Modelo Tradicional na Forma Semi-log

Teste	GL	Valor	Probabilidade
<b>Normalidade</b> (Jarque-Bera)	2	0.613364	0.735885
<b>Heterocedasticidade</b> (Breusch-Pagan)	14	19.911805	0.132947

<sup>11</sup> Este teste é adequado para verificação da homocedasticidade quando a hipótese de normalidade é rejeitada. Para maiores detalhes ver Anselin (1988).

<sup>12</sup> Detalhes sobre estes testes podem ser encontrados em Greene (1997).

Parte-se então, para o ajustamento do modelo tradicional na forma funcional semi-log, cujos resultados encontram-se na tabela 4.3<sup>13</sup>, onde pode-se observar que os sinais obtidos para os coeficientes das variáveis independentes estão coerentes com o mercado, pois há expectativas de elevação dos preços dos apartamentos com aumento do padrão socioeconômico do bairro onde está localizado, com a quantidade de metros quadrados de área privativa, de quartos sociais, de suítes e de vagas na garagem. É esperado, também, que as unidades situadas em edifícios com maior número de pavimentos, de elevadores e de melhor conservação, sejam mais valorizadas e, ainda, que os apartamentos localizados em edifícios mais velhos e com grande número de unidades sejam mais baratos. Em relação aos pólos de influência, verifica-se que os apartamentos são mais valorizados na medida em que se aproximam da praia e também do Parque da Jaqueira, mas se desvalorizam ao se aproximarem do centro da cidade, comprovando mais uma vez a estrutura multicêntrica da cidade do Recife. Os coeficientes da grande maioria das variáveis explicativas mostraram-se estatisticamente significantes ao nível de 1%, com exceção das variáveis SU, VA e PE. O modelo apresenta um alto poder explicativo, com coeficiente de determinação de 0,90 e a hipótese nula de que o conjunto de variáveis explicativas adotadas não é importante para explicar a variabilidade observada nos preços dos apartamentos é fortemente rejeitada quando utilizado o teste F.

**Tabela 4.3**  
**Ajustamento do Modelo Tradicional na Forma Funcional Semi-log**

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	Probabilidade
CONSTANTE	10,152	0,127	79,658	0,000
BA	0,012	0,004	3,244	0,001
AP	0,006	0,001	9,050	0,000
QS	0,072	0,029	2,452	0,015
SU	0,036	0,021	1,686	0,093
VA	0,047	0,034	1,397	0,164
NP	0,021	0,004	4,833	0,000
EL	0,100	0,027	3,640	0,000
UH	-0,003	0,001	-2,957	0,003
ID	-0,010	0,002	-4,769	0,000
CO	0,071	0,019	3,644	0,000
PE	0,048	0,029	1,687	0,093
DP	-0,066	0,017	-3,819	0,000
DC	0,082	0,023	3,627	0,000
DJ	-0,077	0,020	-3,884	0,000
R <sup>2</sup>	0,904			
R <sup>2</sup> -adj	0,898			
AIC	-97,616			
SC	-46,176			
F-Teste ( Probabilidade)	144,77 (0,00)			

**Nota:** R<sup>2</sup> representa o coeficiente de Determinação, R<sup>2</sup>-adj o coeficiente de determinação ajustado, AIC significa critério de informação de Akaike e CS é o critério de Schwarz.

13 Quatro dados foram excluídos durante a análise utilizando-se o critério da distância de Cook (1977).

O modelo empírico na forma exponencial encontra-se explicitado na equação a seguir:

$$P = 25.644,90 * 1,0120^{BA} * 1,0059^{AP} * 1,0748^{QS} * 1,0363^{SU} * 1,0485^{VA} * 1,0212^{NP} * 1,1051^{EL} * 0,9969^{UH} * 0,9904^{ID} * 0,9316^{CO} * 1,0495^{PE} * 0,9365^{DP} * 1,0852^{DC} * 0,9256^{DJ} \quad (4.2)$$

Pelo modelo 4.2, pode-se concluir que, mantendo-se as demais condições constantes, os consumidores estão dispostos a pagar a mais no preço do apartamento: 1,20% para morar em um bairro de padrão socioeconômico representado pela renda do chefe da família com um salário mínimo a mais; 0,59% por cada metro quadrado de área privativa; 7,48% por um quarto social; 3,63% por uma suite; 4,85% por cada vaga na garagem; 2,12% por cada pavimento a mais que tem o edifício; 10,51% por cada elevador; 4,95% a cada estado de conservação melhor. Por outro lado, os apartamentos se desvalorizam com o acréscimo do número de unidades, na razão de 0,31% e com a idade a uma taxa de 0,96% ao ano. Pode-se ainda dizer que houve uma valorização anual de 4,95% nos preços dos apartamentos, entre o primeiro e o segundo períodos de tempo considerado. Em relação aos pólos de influência, conclui-se que os apartamentos se desvalorizam a uma taxa de 6,35% e 7,44% a cada km que se distanciam da praia e do Parque da Jaqueira, respectivamente, enquanto que sofrem uma acréscimo no valor a uma taxa de 8,52% a cada km que se afastam do centro da cidade. Estes últimos resultados comprovam a existência das duas centralidades marcantes no Recife, identificadas na análise realizada na seção 3. Confirma, também, que o centro da cidade não é um local preferido para moradia pelo consumidor recifense.

Apesar dos bons resultados obtidos na estimação, deve-se notar que uma importante questão ainda não foi levada em consideração: a dimensão espacial. A rigor, nada se pode concluir a respeito dos parâmetros deste modelo, antes de testar a autocorrelação espacial, pois caso ela exista, os parâmetros estimados podem apresentar problemas de tendenciosidade, inconsistência ou ineficiência.

### 4.3 Diagnóstico da Dependência Espacial

O diagnóstico da presença de efeitos de dependência espacial foi realizado utilizando-se os testes LM Robusto (erro) e LM Robusto (defasagem) sobre os resíduos de Mínimos Quadrados do modelo estimado na tabela 4.3. Trabalhou-se com uma matriz de vizinhança  $\mathbf{W}$ , seguindo a forma proposta por (Cliff e Ord, 1981) e (Case *et al*, 1993), onde cada elemento da matriz,  $w_{ij}$ , representa o inverso da distância entre os edifícios observados, medida em hectômetros. Adotou-se peso 1 para edifícios distantes até 1hm e zero para edifícios com distâncias superiores a 300hm, ou seja, considerou-se que a influência dos efeitos microlocalizativos é desprezível a partir de distâncias superiores a 3km, com base na análise do variograma realizada na seção anterior. A matriz  $\mathbf{W}$  foi padronizada por linha, utilizando procedimento semelhante ao já descrito na seção anterior.

O teste LM Robusto (defasagem) indica um forte efeito de interação espacial nos preços dos apartamentos, uma vez que se mostrou significativa a menos de 2%, conforme resultados apresentados na tabela 4.4.

**Tabela 4.4**  
Diagnóstico da Dependência Espacial para o Recife

Teste	MI/GL	Valor	Probabilidade
LM Robusto (erro)	1	0,469	0,493
LM Robusto (defasagem)	1	5,508	0,019

Diante dessa possibilidade de dependência espacial nos preços observados ou efeito vizinhança, estima-se o Modelo de Defasagem Espacial de Preços Hedônicos, seguindo os procedimentos contidos na seção 2.4.

#### 4.4 Modelo Espacial de Preços Hedônicos

O modelo de defasagem espacial de preços hedônicos, na forma funcional semilog, é uma expansão do modelo 4.1, pela inclusão da variável dependente defasada espacialmente,  $\mathbf{W\_lnP}$ , conforme equação 4.2.

$$\ln P = f(\mathbf{W\_lnP}, \mathbf{E}, \mathbf{L}, \mathbf{T}, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\beta}, ) + \varepsilon, \quad (4.2)$$

onde  $\ln$  é a sigla dos logaritmos neperianos,  $\mathbf{W}$  a matriz de vizinhança definida na seção anterior,  $\mathbf{W\_lnP}$  é a variável explicativa espacialmente defasada,  $\boldsymbol{\rho}$  o parâmetro correspondente a esta variável, conhecido como coeficiente de autocorrelação espacial, e as demais variáveis têm a mesma descrição do modelo 4.1. Cada elemento da variável  $\mathbf{W\_lnP}$ , ou seja  $w_{lnp_i}$ , representa a média ponderada dos preços dos apartamentos vizinhos ao apartamento  $i$ , onde o peso de cada vizinho  $j$  é ponderado pelo inverso da distância entre os edifícios  $i$  e  $j$ . Desta forma, a influência das negociações realizadas em apartamentos vizinhos sobre um determinado apartamento é tanto maior quanto menor for a distância entre eles. Como a variável  $\mathbf{W\_lnP}$  é aleatória, a solução de mínimos quadrados não é recomendada para estimar os parâmetros do modelo 4.2, sendo mais indicado o método de estimação de máxima verossimilhança, onde os parâmetros são estimados via otimização não linear, como visto na seção 2.

Os resultados da estimação espacial apresentados na tabela 4.5, indicam que o coeficiente  $\rho$ , da variável defasada espacialmente,  $\mathbf{W\_lnP}$ , é positivo e estatisticamente significativo a menos de 1%, implicando a existência de um forte efeito de defasagem espacial positiva na amostra. Neste caso, a formação dos preços de mercado da habitação não é explicada apenas pelas suas características estruturais, locacionais e temporais, como consideradas no modelo tradicional ajustado na tabela 4.3, mas também depende dos preços dos apartamentos vizinhos, isto é, o preço de compra é influenciado positivamente pelos preços dos apartamentos vizinhos. Pode-se observar que houve modificações significativas nos resultados das estimações dos parâmetros e respectivos desvios padrões, quando comparados com os apresentados na tabela 4.4 (modelo tradicional), fato não surpreendente uma vez que o efeito de defasagem espacial é significativo. Verifica-se que as probabilidades de se cometer um erro do tipo I quando se inclui as variáveis VA e PE no modelo foram reduzidas de 16,37% para 10,02% e de 9,30% para 5,27%, respectivamente. Observa-se, também, que as alterações mais significativas nas magnitudes dos coeficientes ocorreram no intercepto e nas variáveis relacionadas à localização, que tiveram seus valores reduzidos. Estas mudanças podem ser atribuídas ao erro de especificação no modelo tradicional, pela não inclusão da variável  $\mathbf{W\_lnP}$ , que contribuiu para gerar tendências sérias nos seus coeficientes. Isto ocorre porque o modelo tradicional, ao desconsiderar o efeito vizinhança, supõe que cada apartamento tem a mesma influência sobre os demais, independentemente da distância entre eles e grande parte da variabilidade espacial é absorvida pela média geral, representada pelo intercepto.

**Tabela 4.5**  
Resultados do Modelo de Defasagem Espacial para o Recife

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	z-valor	Probabilidade
<i>W lnP</i>	0,2061	0,0741	2,7796	0,0054
CONSTANTE	7,8926	0,8267	9,5473	0,0000
BA	0,0072	0,0039	1,8445	0,0651
AP	0,0059	0,0006	9,4066	0,0000
QS	0,0648	0,0280	2,3150	0,0206
SU	0,0333	0,0201	1,6517	0,0986
VA	0,0531	0,0323	1,6440	0,1002
NP	0,0215	0,0041	5,2095	0,0000
EL	0,0925	0,0262	3,5372	0,0004
UH	-0,0030	0,0010	-3,0031	0,0027
ID	-0,0097	0,0019	-5,0422	0,0000
CO	-0,0687	0,0185	-3,7140	0,0002
PE	0,0528	0,0273	1,9373	0,0527
DP	-0,0415	0,0187	-2,2233	0,0262
DC	0,0615	0,0227	2,7034	0,0069
DJ	-0,0587	0,0202	-2,8998	0,0037
R <sup>2</sup>	0,91			
AIC	-102,70			
SC	-47,83			

Outro aspecto importante é que utilizando-se os critérios da informação de Akaike (AIC) e Schwartz (SC), os valores obtidos para o modelo espacial são bem inferiores aos encontrados no modelo tradicional, como mostrado na tabela 4.6, o que mostra a melhoria do ajustamento pela nova metodologia de econometria espacial.

**Tabela 4.6**  
Comparação entre o Modelo Tradicional (MT) e o Modelo Espacial (ME)

Crítério	MT	ME
AIC	-97,61	-102,70
SC	-46,18	-47,83

Verifica-se que a questão espacial tem sido considerada corriqueiramente na literatura, levando-se em conta apenas a posição relativa dos imóveis em relação a pólos de influência, medida por distâncias ao centro da histórico da cidade, estações de metrô, aeroportos, etc., ou dividindo-se o espaço urbano em regiões ou zonas consideradas [ver Lucena (1985), Ermisch *at al.* (1996), Tiware *et al* (1999) e Biderman (2001)]. Os resultado obtidos mostram que este procedimento, como foi adotado no modelo ajustado na tabela 4.3 (divisão da cidade em bairros e distâncias em relação a três pólos de influência) não é capaz de explicar completamente as variações dos preços dos apartamentos, em relação à localização que ocupam no espaço. Isto porque, não são apenas os pólos de influência ou a própria localização do bairro onde se situa a habitação, que afetam os seus preços, mas existe uma verdadeira interação entre os dados, de forma que cada edifício funciona como um micro-pólo de

influência sobre os seus vizinhos. Neste caso, a solução para estimação segura da equação de preços hedônicos, na presença de efeitos de dependência espacial, deve ser feita com base na econometria espacial, onde a variável dependente defasada espacialmente, que leva em consideração todas as interações espaciais possíveis entre os dados, serve como *proxy* para variáveis locais não consideradas explicitamente no modelo.

Tendo em vista a autocorrelação espacial positiva nos dados, pode-se concluir que as negociações de compra dos apartamentos não ocorrem de forma independente, como considerado no modelo de preços hedônicos tradicionalmente estimado, mas que existe uma verdadeira interação entre elas, de forma que uma transação de um apartamento por um preço elevado gera uma elevação nos preços dos apartamentos vizinhos.

#### 4.5 Diagnóstico da Heterogeneidade Espacial

Com o objetivo de testar a estabilidade estrutural dos parâmetros nas zonas norte sul da cidade, utiliza-se o teste de Chow-Wald, ampliado por Anselin (1988a), cujos resultados encontram-se na tabela 4.7.

**Tabela 4.7**  
**Diagnóstico da Heterogeneidade Espacial para o Recife**

Teste	GL	Valor	Probabilidade
<b>Chow – Wald</b>	15	16.793383	0.331365

Pelos resultados obtidos, verifica-se que a hipótese nula de igualdade de coeficientes em ambas as regiões da cidade não pode ser rejeitada, nem mesmo ao nível de 10%. Isto é, pode-se considerar os preços implícitos das características da habitação como constantes ao longo de toda a região abrangida pela pesquisa.

### 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Pelos resultados encontrados neste trabalho, fica evidenciada a importância da utilização da nova metodologia de *Modelagem por Regressão Espacial* nos estudos dos fenômenos relacionados com o comportamento do mercado imobiliário. Na análise empírica realizada na cidade do Recife, verificam-se fortes indícios de dependência espacial na renda dos chefes de família e nos preços dos apartamentos, comprovando-se, desta forma, que a metodologia tradicional não é adequada para realização de estudos dessa natureza e que avaliações confiáveis, caracterizadas pela não tendenciosidade, eficiência e consistência, somente podem ser obtidos pelos *Modelos Espaciais*.

Verificou-se que a forma de considerar a questão espacial na equação de preços hedônicos com base em distâncias da habitação a pólos de influência, ou dividindo o espaço em regiões ou zonas através da inclusão de variáveis *dummy*, como vem sendo utilizada corriqueiramente na literatura, não é capaz de explicar completamente as variações dos preços em relação à localização da habitação. Isto porque, não são apenas os pólos de influência que afetam os valores, mas existe uma verdadeira interação entre os dados amostrais, de forma que cada edifício funciona com um micro-pólo de influência sobre os seus vizinhos. A solução para estimação segura da equação de preços hedônicos, na presença de efeitos de dependência espacial, deve ser feita com base na econometria espacial, onde a variável de defasagem

espacial, que leva em consideração todas as interações espaciais possíveis entre os dados, serve como proxy para variáveis locais não consideradas no modelo.

Um aspecto interessante é que a inferência espacial tem sido tratada na literatura de forma dicotômica: os trabalhos empíricos ou utilizam a metodologia de Krigagem com o uso do variograma para detectar a presença de efeitos de dependência espacial ou utilizam a metodologia desenvolvida por Anselin (1988), onde os testes de diagnóstico se baseiam na matriz de pesos espaciais, geralmente adotada de maneira *ad hoc* pelo analista, em função do conhecimento que detém do mercado. Neste estudo mostrou-se que a conjugação de ambas as metodologias pode fornecer bons resultados, pois, a partir da análise do variograma pode-se verificar o raio de influência dos efeitos de dependência espacial, o que é de grande utilidade para a montagem da matriz de vizinhança. Pelas análises dos mapas de iso-renda mostrados no capítulo 5, foi possível a identificação de pólos de influência e centralidades para o Recife.

A metodologia adotada para análise da dependência espacial do mercado imobiliário do Recife pode ser aplicada para analisar o mercado imobiliário em outras cidades, regiões, estados e países, com as devidas adaptações, pois há grande probabilidade da presença de efeitos de dependência espacial neste tipo de bem, pelas suas características próprias em relação à fixação espacial.

## REFERÊNCIAS

- Anselin, L. (1988) "Spatial Econometrics: Methods and Models". *Dordrecht: Kluwer Academic*.
- Anselin, L. (1988a). "Lagrange Multiplier test diagnostics for spatial dependence and spatial heterogeneity" *Geographical Analysis* 20, 1-17.
- Anselin, L. (1990) "SpaceStat: A program for the Statistical Analysis of Spatial Data" (Departament of Geography and Departament of Economics, University of California, Santa Barbara, CA).
- Anselin L. e Rey S. (1991) "Properties of tests for spatial dependence in linear regression models," *Geographic Analysis*, 23, 112-31.
- Anselin, L. e Bera, A. (1998) "Spatial dependence in linear regression models with an introduction to spatial econometrics," *Handbook of Applied Economic Statistics*, Giles: Marcel Dekker.
- Anselin, L. (1999) "Spatial Econometrics". *Bruton Center, School of Social Sciences*, University of Texas, Dallas, Richardson, 1999.
- Basu, S. e Thibodeau, T. (1998) "Analysis of spatial autocorrelation in house prices" *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17, 61-85.
- Biderman, C. (2001) "Forças de Atração e Expulsão na Grande São Paulo. São Paulo": *Tese de Doutorado*, EASP/FGV.
- Box e Cox (1964) "An Analysis Of Transformations" *J. R. Statistic. Soc.*
- Can, A. (1990) "The measurement of neighborhood dynamics in urban housing prices," *Economic Geography*, 66, 254-272.
- Can, A. (1992) "Specification and estimation of hedonic housing price models" *Regional Science and Urban Economics*, 22, 453-477.
- Case, A. C. (1991) "Spatial patterns in house demand". *Econometrica*, Vol. 59, 953-965.
- Case, A. C., ROSEN, H. S., and HINES (1993) "Budget spillovers and fiscal policy interdependence: evidence from the states," *Journal of Public Economics*, 52, 285-307.
- Censo demográfico (2000) – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística- IBGE
- Cliff, A. D. E Ord, John K. (1981) "Spatial processes" *Models and Applications.*, London: Pion.
- Cook (1977) "Detection Of Influential Observations In Linear Regression" *Technometrics* 19, 15-18.
- Dantas, R.A. e Cordeiro G.M. (1988) "Uma Nova Metodologia Para Avaliação de Imóveis Utilizando Modelos Lineares Generalizados." *Revista Brasileira de Estatística*. n. 191, 27-46.
- Dantas, R. A. (1997) "Avaliação de Imóveis Utilizando Modelos Especiais" *IX Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias - São Paulo*.
- Dantas, R. A. (2001) *Engenharia de Avaliações – Uma Introdução à Metodologia Científica* – Ed. PINI - São Paulo.
- Dantas, R. A. (2002) *Ingeniería de Tasaciones – Una Introducción a la Metodología Científica* – Ed. Novo Horizonte - Venezuela.
- Dantas, R. A. e Cordeiro G.M. (2001) "Evaluation Of The Brazilian City of Recife's Condominium Market Using Generalized Linear Models" *The Appraisal Journal*, Volume Lxix, Number 3, USA.
- Dantas, R., Sales, F., Chaves, R. e Magalhães, A. (2001) "Uma nova metodologia para avaliação de imóveis utilizando regressão espacial," *Anais do XI Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias*, Vitória-ES.
- Dantas, R.A, Rocha, F.S. y Magalhães, A. (2002a), "La importancia de la Regresión Espacial en la Tasación de Inmuebles" *Anais del I CONGRESO INTERNACIONAL EN TASACIÓN Y VALORACIÓN*, Valencia, Espanha.

- Dantas, R. A, Rocha, F.S. y Magalhães, A. (2002b) “Modelos Espaciales Aplicados en la Tasación de Inmuebles” *Anais del XX CONGRESO PANAMERICANO DE VALUACIÓN*, Buenos Aires, Argentina.
- Dubin, R. (1992) “Spatial autocorrelation and neighborhood quality,” *Regional Science and Urban Economics*, 22, 433-452.
- Ermisch, J. F., Findlay, J. and Gibb, K. (1996) “The Price Elasticity of Housing Demand in Britain Issues of Sample Selection”, *Journal of Housing Economics* Vol. 5, pp. 64-86.
- García, J. J. B.; Hernández, F. A. L. e Sánchez, M. A. P. (2002) “Una Nueva Metodología en la Valoración de Inmuebles Mediante Modelos Espaciales de Regresión” *Anais del I CONGRESO INTERNACIONAL EN TASACIÓN Y VALORACIÓN*, Valencia, España.
- Greene, W. H. (1997) *Econometric Analysis* New York, MacGrall-Hill.
- Guervós, R.C, (1999) *Aproximación al Valor de la Vivienda Aplicación a la Ciudad de Granada*, Editorial Universidade de Granada.
- Matheron, G. (1965): *Les Variables Regionalisées et Leur Estimation*, Masson, Paris.
- Olmo, J. (1995) “Spatial estimation of housing prices and locational rents,” *Urban Studies*, 32, 1331-1344.
- Olmo, J E Guervós, R. (2002) “Valoración Espacial del Precio de la Vivienda y del Suelo Mediante el Método de Krigeage” *Anais del I Congreso Internacional en Tasación y Valoración*, Valencia, España.
- Kelley, P. R, Barry. R and Sirmans, C.F. (1998) “Spatial Statistics and Real Estate,” *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Volume 17, Number 1, p. 5-13.
- Lucena, J.M.P. (1985) “O Mercado Habitacional No Brasil. Rio de Janeiro”. *Tese de Doutorado*, EPGE/FGV-RJ.
- Magalhães, A. e Dantas, R. A. (2002) “Avaliação de Imóveis – Qual a Importância dos Vizinhos?” *Anais do IX Encontro APDR*, Lisboa – Portugal.
- Melo, N. (1990) *Estado, Capital Financeiro, Espaço Habitacional – O caso da Região Metropolitana do Recife*,. Editora Universitária da UFPE.
- NB-502/89 – “Norma Para Avaliação de Imóveis Urbanos.” ABNT.
- Olmo, J. e Guervós, R.C. (2002) “Valoración Espacial del Precio de la Vivienda y del Suelo Mediante el Método de Krigeaje” *Anais do I Congresso Internacional de Avaliações - Universidade de Valência – Espanha*.
- Olmo, J. (1995) “Spatial estimation of housing prices and locational rents,” *Urban Studies*, 32, 1331-1344.
- Pace, R.K, Barry, R and Sirmans, C. F. (1998) “Spatial Statistic and Real State,” *Journal of Real State Finance and Economics*, vol. 17 nº1, pp. 5-13.
- Rosen, S. (1974) “Hedonic Prices And Implicit Markets: Product Differentiation in Perfect Competition.” *Journal Of Political Economy* 82.
- Tiware, P.; Parich, K. e Parikh, J. (1999) “Effective Housing Demand in Mumbai”, *Urban Studies*, vol. 36, n. 10, 1783-1809.