MÉTODO DA CORRELAÇÃO

AUTOR: ALDO MARIO PEDRO FERRARO
Rua Des. Ferreira França 40, cj. 173A
05446-050 - São Paulo

INSTITUTO BRASILEIRO DE AVALIAÇÕES E PERÍCIAS DE ENGENHARIA - SÃO PAULO

Resumo: Alguns bens existem para os quais, pela sua natureza, o valor varia em função de um parâmetro definido e mensurável. É assim possivel estabelecer uma correlação entre os pares, valor e parâmetro, de forma a obter uma expressão matemática que permite determinar o valor de um bem, sendo conhecida a medida do parâmetro. É objetivo deste estudo estabelecer como essa

Abstract: Some goods are wich, by reason of their own nature, the value varies as a function of a definable and mensurable parameter. Is then possible to establish a relationship between both, value and parameter in order to achieve a matematical expression wich allows to determine a value of a certain good, been known the mesure of the parameter. The object of this study is to establish the way this ralashionship occours end to outline the path for calculation.

1. NOTA PRELIMINAR

A propriedade da correlação é mencionada pelo Eng. Victor Carlos Fillinger em "Avaliações de Máquinas e Equipamentos", (Avaliações para Garantia, IBAPE/editora Pini, 1983); o presente estudo visa desenvolver o assunto.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Alguns bens existem para os quais, pela sua natureza, o custo de produção, e consequentemente o valor, varia em função de um parâmetro definido e mensurável.

É assim possível, a partir de dados reais, coletados em pesquisa de mercado, estabelecer um correlação entre os pares, valor e parâmetro, de forma a obter uma expressão matemática, que chamaremos equação de correlação, a qual permite determinar o valor do bem, sendo conhecida a medida do parâmetro que lhe é inerente.

Essa correlação se dá, genericamente, sob forma de equação exponencial do tipo

$$V = A \times P^k + C$$

na qual:

V : valor em moeda

A : valor específico

P : medida do parâmetro

k : expoente de correlação

C : constante independente

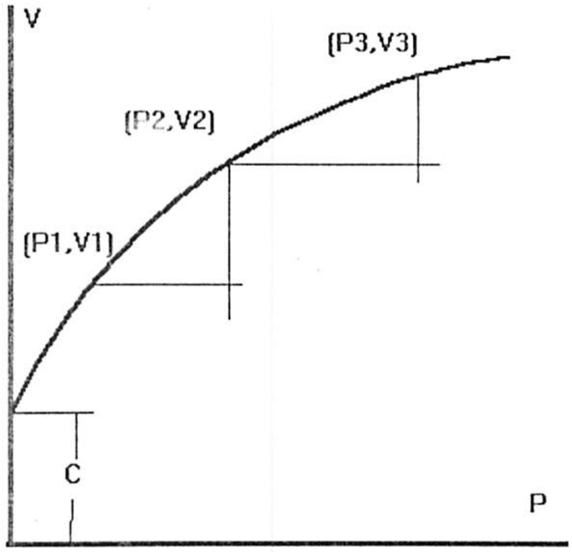
Para que se estabeleça essa expressão matemática é necessário obter 3 (tres) pares de dados para o valor "V" e o parâmetro "P", com os quais teremos o sistema de tres equações com tres incógnitas "A", "C" e "k" as quais, uma vez determinadas, serão constantes para o mesmo tipo de objeto avaliando:

$$V_1 = A \times P_1^k + C$$

$$V_2 = A \times P_2^k + C$$

$$V_3 = A \times P_3^k + C$$

Esse sistema é representado pela curva



O problema algébrico consiste na determinação do expoente "k", a solução é atingida pela aplicação de um procedimento baseado no "Teorema de Rolle", que assim se enuncia:

"A tangente trigonométrica definida por dois pontos de uma curva algébrica é igual à derivada primeira da equação dessa curva, no ponto médio do intervalo definido" (restrição: a curva deverá ser contínua e sem inflexão no intervalo considerado)

O enunciado desse teorema é representado pela seguinte expressão:

$$tg\alpha = \left.\frac{dV}{dP}\right|_{\frac{P1+P2}{2}}$$

mas: $$tg\alpha = \frac{V_2 - V_1}{P_2 - P_1}$$ que é conhecido

e : $$\frac{dV}{dP} = AkP^{k-1}$$

aplicando o teorema de Rolle aos pontos (1) e (2), definimos uma constante, a qual chamaremos k_1:

$$\frac{V_2 - V_1}{P_2 - P_1} = Ak\left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right)^{k-1} = k_1$$

aplicando o teorema de Rolle aos pontos (2) e (3), definimos uma constante, a qual chamaremos k_2:

$$\frac{V_3 - V_2}{P_3 - P_2} = Ak\left(\frac{P_2 + P_3}{2}\right)^{k-1} = k_2$$

dividindo as expressões acima, tem-se:

$$\frac{k_1}{k_2} = \left(\frac{P_1 + P_2}{P_2 + P_3}\right)^{k-1}$$

chamando:

$$\left(\frac{P_1 + P_2}{P_2 + P_3}\right) = k_3 \qquad \text{tem-se:} \qquad \frac{k_1}{k_2} = k_3^{\,k-1}$$

que, logaritmada, resulta em

$$\log k_1 - \log k_2 = (k - 1)\log k_3$$

e, portanto:

$$k = 1 + \frac{\log k_1 - \log k_2}{\log k_3}$$

na qual, como vimos acima, os valores dos "ki"s são conhecidos:

$$k_1 = \frac{V_2 - V_1}{P_2 - P_1} \qquad k_2 = \frac{V_3 - V_2}{P_3 - P_2} \qquad k_3 = \frac{P_1 + P_2}{P_2 + P_3}$$

tendo sido assim obtido o valor do expoente "k", as constantes "A" e "C" resultam das funções originais.

3. CONSIDERAÇÕES SOBRE O EXPOENTE "k"

O expoente de correlação "k" poderá assumir valores:

a) $k = 1$

a equação será representativa de uma reta e o valor se apresentará diretamente proporcional ao parâmetro; é o que se observa nas estruturas metálicas e estruturas de caldeiraria em relação ao peso.

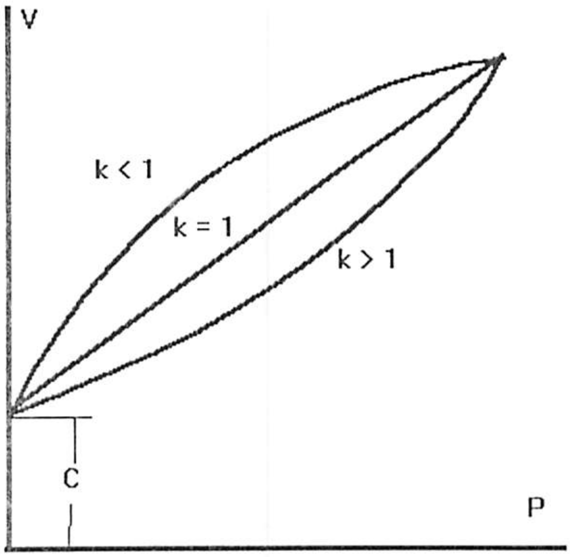
b) $k < 1$

a equação será representativa de uma curva exponencial com incrementos decrescentes, o aumento de valor será decrescente em relação ao aumento do parâmetro; é o que se observa nas máquinas em geral e nos terrenos de grande extensão, como propriedades rurais e industriais.

c) $k > 1$

a equação representa uma curva exponencial com incrementos crescentes, o aumento de valor será crescente em relação ao aumento do parâmetro; é o que se observa nos sistemas transportadores e nas linhas de transmissão de energia elétrica, em função da extensão.

As situações acima são representadas pelas curvas:



4. CASO PARTICULAR

Se as medidas do parâmetro coletadas forem potência de mesma base, o sistema de equações poderá ser solucionado por simples mudança de variável, sem a necessidade da aplicação do teorema de Rolle.

Isto é, sendo "a" e "b" números inteiros, se:

$$V_1 = A \times P_1^k + C$$

$$V_2 = A \times P_2^k + C \quad \text{tal que} \quad P_2 = P_1^a$$

$$V_3 = A \times P_3^k + C \quad \text{tal que} \quad P_3 = P_1^b$$

resulta:

$$V_1 = AP_1^{\,k} + C$$

$$V_2 = AP_1^{\,ak} + C$$

$$V_3 = AP_1^{\,bk} + C$$

fazendo $P_1^k = Z$ obtém-se o sistema de equações lineares de fácil solução:

$$V_1 = AZ + C$$

$$V_2 = AZ^a + C$$

$$V_3 = AZ^b + C$$

5. CORRELAÇÃO COM VÁRIOS PARÂMETROS

Objetos avaliandos existem que conservam uma forte correlação com mais que um parâmetro, independentes entre sí, o que não permite que sejam representados em uma mesma equação.

É o caso das pontes rolantes, cujo valor varia em função da capacidade de carga com $k < 1$ e em relação ao vão com $k > 1$.

Neste caso deverá ser buscada a correlação com o parâmetro composto pelo produto dos parâmetros individuais, pois que uma variável que seja função de vários parâmetros, é função do produto dos mesmos:

se $V = f(x)$ e $V = f(y)$ então $V = f(xy)$

6. EXEMPLOS

6.1 Avaliação de terrenos

Em uma pesquisa direta de valores de terrenos industriais foram encontrados os seguintes elementos, já homogeneizados em função do índice fiscal e deduzido o fator de comercialização:

ÁREA	PREÇO	PREÇO UNITÁRIO
(m2)	(Cr $)	(Cr $ / m2)
48.000	700.000	14,58
114.000	1.520.000	12,98
220.000	2.230.000	10,14

A determinação convencional do valor pela média teria conduzido a um preço unitário médio de

Cr$ 12,57 / m2

um terreno de 100.000 m2, seria pois avaliado em

Cr$ 1.257.000,00

Estabelecendo uma correlação entre preço e área, teremos:

$$k_1 = \frac{1.520 - 700}{114 - 48} = 12,42$$

$$k_2 = \frac{2.230 - 1.520}{220 - 114} = 6,7$$

$$k_3 = \frac{48 + 114}{114 + 220} = 0,48$$

$$k = 1 + \frac{\log 12,42 - \log 6,7}{\log 0,48} \qquad k = 0,15$$

a expressão de correlação será:

$$V = A \times p^{0,15} + C$$

do que resulta, subtraindo:

$$V_2 - V_1 = A \times \left(p_2^{0,15} - p_1^{0,15}\right)$$

$$A = 3.306 \quad \text{e}$$

$$C = V_1 - 3.306 \times p_1^{0,15}$$

$$C = -5.208$$

resultando a equação final de correlação:

$$V = 3.306 \times p^{0,15} - 5.208$$

um terreno de 100.000 m2 teria o valor de

$$V = 3.306 \times 100^{0,15} - 5.208$$

$$V = Cr\$ 1.388.000,00$$

observa-se que pela avaliação baseada na média, o terreno resultaria sub-avaliado em 10,4%.

6.2 Avaliação de ponte rolante

Foram obtidos, em pesquisa direta os seguintes valores:

CAPACIDADE	VÃO	PREÇO (US$)
25 ton	9,0 m	240.000
40 ton	10,0 m	290.000
160 ton	16,0 m	970.000

observam-se os seguintes unitários:

a) em relação à capacidade

25 ton	9.600 US$/ton
40 ton	7.250 US$/ton
160 ton	6.062 US$/ton

b) em relação ao vão

9,0 m	26.666 US$/m
10,0 m	29.000 US$/m
16,0 m	60.625 US$/m

Observa-se claramente que, o unitário é decrescente em relação à capacidade ($k<1$); enquanto que que o unitário é crescente em relação ao vão ($k>1$). A correlação mais apropriada será estabelecida em relação ao parâmetro resultante do produto da capacidade pelo vão.

parâmetro	preço
225 ton.m	US$240.000
400 ton.m	US$290.000
2560 ton.m	US$970.000

Determinadas as incógnitas, teremos:

k = 1,065

A= 5,41

C= - 1.491

e a equação de correlação será:

$$V = 5,41 \times p^{1.065} - 1.491$$

OBS.: a expressão acima está em milhares de dóllares.

6.3 Avaliação de linha de transmissão

Foram selecionados tres exemplos de linhas de transmissão tão semelhantes quanto possível, em 138 kV, linha dupla, todas situadas em topografia plana, no interior do estado de São Paulo.

EXTENSÃO	CUSTO	CUSTO UNITÁRIO
19,5 km	2.011.054 US$	103.131 US$/km
35,0 km	3.974.075 US$	113.545 US$/km
52,9 km	6.542.196 US$	123.671 US$/km

Observa-se que o unitário em relação à extensão da linha é crescente. Este fato é compreendido ao se considerar que com o aumento do comprimento da linha aumentam proporcionalmente as perdas de energia; em consequencia, os cabos deverão ser mais grossos, ou em maior quantidade, aumentando o peso suspenso. Esse fato além de aumentar o custo da cablagem, aumenta o custo das torres de transmissão pois que terão que suportar um peso maior.

Com os dados acima calcularemos os valores:

$$k = 1,26$$
$$A = 939.383$$
$$C = -37.642.882$$

e teremos a equação de correlação:

$$V = 939.383 \times p^{1,26} - 37.642.882$$

6.4 Avaliação de uma talha elétrica

Deseja-se avaliar uma talha elétrica com capacidade de 15.000 Libras (6,8 ton); encontraram-se no mercado:

CAPACIDADE	PREÇO
2 ton	1.800
4 ton	2.200
8 ton	2.700

Observa-se que as capacidades são potencia de 2, forma-se assim o sistema de equações:

$$1.800 = A2^k + C$$
$$2.200 = A4^k + C \quad \text{ou} \quad 2.200 = A2^{2k} + C$$
$$2.700 = A8^k + C \quad \text{ou} \quad 2.700 = A2^{3k} + C$$

fazendo $2^k = z$:

$$1.800 = Az + C$$
$$2.200 = Az^2 + C$$
$$2.700 = Az^3 + C$$

subtraindo a segunda da primeira e a terceira da segunda

$$2.200 - 1.800 = A(z^2 - z) = 400$$
$$2.700 - 1.800 = Az(z^2 - z) = 500$$

dividindo a segunda pela primeira

$$\frac{500}{400} = 1,25 = z \qquad \text{logo} \qquad 2^k = 1,25$$

$$k = \frac{\log 1,25}{\log 2} \qquad \text{e} \qquad k = 0,32$$

calculando "A" e "C", teremos

A= 1.280 e C= 200 a equação de correlação será:

$V = 1.280 p^{0,32} + 200$ e a talha de 15.000 Lb terá o valor de

$$V = 1.280 \times 6,8^{0,32} + 200 = 2.564$$

A.M.P. Ferraro