USO DA INFERÊNCIA BAYESIANA PARA AVALIAÇÃO DE IMÓVEIS

RESUMO

Existem duas escolas de inferência estatística: a frequentista (ou clássica) e a bayesiana. A inferência frequentista é amplamente aplicada na área de avaliações de imóveis, através da técnica da regressão linear. Este artigo tem como objetivo verificar a aplicabilidade da inferência bayesiana para avaliação de imóveis, usando modelos lineares bayesianos. Para tal, foram levantadas duas amostras de imóveis tipo apartamento em dois locais cujos mercados imobiliários são distintos entre si. Os modelos de inferência bayesiana foram desenvolvidos num software de uso livre. Os resultados obtidos foram semelhantes àqueles obtidos usando-se a técnica da regressão linear clássica, mas com intervalos de credibilidade menores do que os correspondentes intervalos de confiança, o que pressupõe uma melhor precisão nas estimativas de valor com o uso modelos lineares bayesianos.

Palavras-chave: Inferência Bayesiana, Modelos lineares Bayesianos, Regressão linear clássica, Avaliação de imóveis.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Contextualização

A inferência estatística tem como objetivo fazer afirmações a partir de um conjunto de valores que representa um universo. Estas afirmações devem sempre vir acompanhadas de uma medida de precisão sobre sua veracidade.

Existem duas escolas de inferência: frequentista (ou clássica) e bayesiana.

O conceito frequentista de probabilidade envolve uma sequencia de repetições de um determinado evento, o que justifica esta denominação. A regressão linear é um método baseado na inferência frequentista.

A inferência bayesiana descreve as incertezas sobre quantidades de forma probabilística. Estas incertezas são modificadas periodicamente após observações de novos dados ou resultados. A medida das incertezas é calibrada por operações bayesianas, baseadas na fórmula de Bayes (ou Teorema de bayes).

O uso de regressão linear bayesiana ainda carece de estudos na área de avaliação de imóveis.

1.2. Objetivo geral e específicos

1.2.1. Objetivo Geral

Verificar a aplicabilidade do uso de modelos lineares bayesianos para avaliação de imóveis.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Desenvolver modelos de regressão linear usando a estatística frequencista para diversos locais.
- Desenvolver modelos lineares usando a estatística bayesiana para estes mesmos locais.
- Comparar os resultados obtidos usando a estatística frequencista com aqueles obtidos usando a estatística bayesiana.

1.3. Justificativa

O método clássico de inferência estatística usando a técnica da regressão linear é amplamente difundido e conhecido no meio acadêmico e profissional da área de Engenharia de Avaliações. Existem diversos softwares comerciais à disposição, igualmente conhecidos neste meio.

A estatística bayesiana abre novos horizontes para análises do mercado imobiliário, mas suas técnicas ainda não são muito difundidas nesta área. Assim, pretende-se aqui apresentar um estudo onde a inferência bayesiana é usada para avaliar imóveis. Embora aplicado aqui numa área urbana, num tipo específico de imóvel (apartamento), esta técnica pode ser usada em qualquer outro domínio da Engenharia de Avaliações.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Estatística Bayesiana

Thomas Bayes foi um reverendo presbiteriano que viveu no início do século 18 (1701-1761) na Inglaterra. Estudou teologia na Universidade de Edimburgo (Escócia). Em 1737 publicou seu primeiro e único livro de matemática, chamado *The doctrine of fluxions* (A doutrina dos *fluxions*) (PENA, 2006).

Para Gangsei (2013), a estatística bayesiana oferece alguns benefícios em comparação com métodos alternativos, sendo um deles, a capacidade de utilizar "todos" os dados disponíveis, e também a sua utilidade para lidar com dados faltantes, formando uma base adequada a fim de aproveitar uma versão ligeiramente modificada do modelo em áreas carentes em dados.

2.2. Teorema de Bayes

Este teorema é uma das pedras angulares da estatística das probabilidades combinadas, e é largamente utilizada em áreas a primeira vista pouco relacionadas, como Medicina e Informática (SORENSEN et al., 1994).

Na primeira, por exemplo, o paradigma embasado em evidências é todo construído em cima do teorema de Bayes. Baseado na experiência acumulada de exames e testes para tentar diagnosticar uma doença, o médico enquadra seus pacientes e pode estimar qual a probabilidade de que uma dada doença esteja se manifestando. Ou seja, dada uma probabilidade inicial (por exemplo, o paciente é fumante) e aplicado um exame em que, se sabe, há uma probabilidade de falsospositivos e falsos-negativos (por exemplo, uma biópsia de pulmão), o médico sabe qual a probabilidade resultante daquele paciente ter a doença (por exemplo, câncer de pulmão) (ANDRADE, 1999).

Na informática, muitos dos sistemas de classificação automática são baseados no teorema de Bayes. Inicialmente o sistema é treinado, aceitando entradas de humanos que dizem que uma dada entrada pertence a determinado grupo. Com o tempo, o sistema acumula um grande banco dessas informações e, aplicando o teorema de Bayes, consegue estimar a probabilidade de cada novo dado de pertencer a cada grupo já classificado (DIGGLE, RIBEIRO, 2007).

Sendo assim, pode-se dizer que o bayesianismo tem dois importantes alicerces epistemológicos: 1º) a visão do universo com base em graus de confiabilidade; 2º) uma regra matemática que explicita como você deve mudar suas crenças à luz de novos dados empíricos. A partir desses pilares se podem deduzir uma série de implicações filosóficas do bayesianismo (PENA, 2006).

Segundo Carroll (2010), a regra de Bayes é um teorema fundamental que pode ser trivialmente derivada dos axiomas da probabilidade. Esta lei pode ser vista como a lei fundamental e universal de aprendizagem.

Ainda segundo Carroll (2010), a estatística bayesiana envolve o uso da regra de Bayes para transformar a probabilidade de dados fornecidos alguns parâmetros para a probabilidade de os parâmetros fornecidos alguns dados.

Wetting (2013) afirma que a regra de Bayes é a base central do raciocínio bayesiano. Trata-se de uma conseqüência direta da regra da cadeia de probabilidades que afirma que a probabilidade conjunta de um conjunto de variáveis aleatórias pode ser escrito como uma cadeia de probabilidades condicionais.

Para Amaral e Inácio (2010), os dois conceitos bayesianos fundamentais são:
a) Coisas que são desconhecidas são representadas por distribuições de probabilidade, e
b) coisas que são conhecidas (dados) são usadas para aperfeiçoar o conhecimento acerca do problema, a partir do Teorema de Bayes.

E para que se possa chegar ao teorema de Bayes, segundo Pena, (2006), parte-se de princípios básicos:

> “Assim, a probabilidade de que observemos simultaneamente um evento A e um evento B é dada por:
>
> $$P(A \cap B) = P(A/B) \,.\, P(B) \qquad (1)$$
>
> Por outro lado, a probabilidade de que observemos simultaneamente um evento A e um evento B também pode ser dada por:
>
> $$P(B \cap A) = P(A \cap B) = P(B/A) \,.\, P(A) \qquad (2)$$
>
> Combinando (1) e (2), temos:
>
> $$P(A/B) \,.\, P(B) = P(B/A) \,.\, P(A) \qquad (3)$$
>
> Rearranjando, chegamos ao teorema de Bayes:
>
> $$P(A/B) = \frac{P(B/A) \,.\, P(A)}{P(B)} \qquad (4)$$
>
> Como geralmente não conhecemos P(B), precisamos usar uma formulação alternativa, que é baseada em:
>
> $$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c) \qquad (5)$$
>
> Onde A^c é o evento complementar de A, também chamado de não-A. Usando nosso conhecimento básico (equação 1 acima) e substituindo, obtemos:

$$P(B) = [P(B/A) . P(A)] + [P(B/A^c) . P(A^c)] \qquad (6)"$$[1]

Substituindo a Equação (6) em (4) obtém-se a formulação alternativa mostrada na Figura 1.

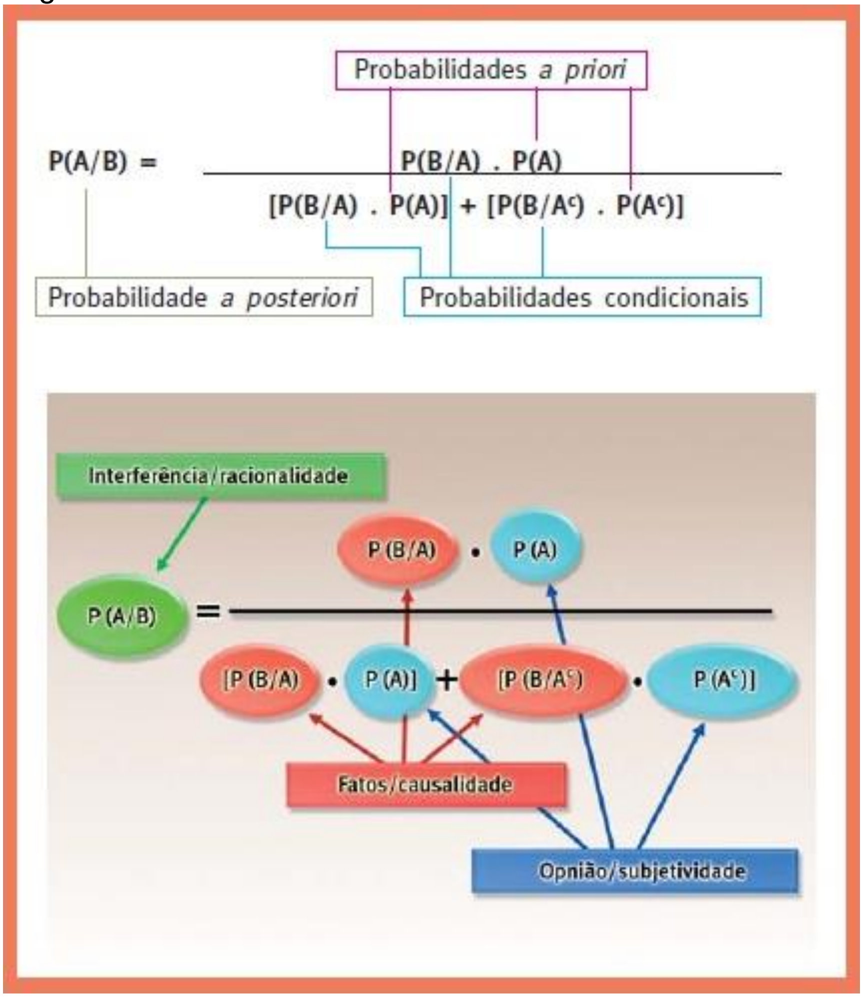

Figura 1 - Formulação alternativa. Fonte: Pena (2006).

A regra de Bayes apresenta uma maneira de como alterar as probabilidades a *priori* considerando novas experiências para obter probabilidades a *posteriori*.

Para DiMaggio (2014), uma vantagem do método bayesiano é o ajusto que se pode dar nos dados espaciais usando uma distribuição a priori que irá explicar como que a correlação espacial irá se comportar no modelo para dar resultados mais precisos.

Talvez a vantagem prática mais importante da abordagem bayesiana para a aprendizagem é "o princípio da otimização bayesiana", que afirma que, quando usado em conjunto com a teoria da decisão, decisões baseadas em inferência usando a regra de Bayes sempre produzirão uma utilidade esperada igual ou maior do que as decisões com base em qualquer outra técnica (CARROLL, 2010).

[1] PENA, S. D. Bayes: o ‘cara’!. **Ciência Hoje**, Rio de Janeiro, v.38, n.228, p. 22 – 29, jul. 2006. Disponível em: <http://cienciahoje.uol.com.br/banco-de-imagens/lg/protected/ch/228/bayes.pdf/at_download/file>. Acesso em: 21 out. 2013.

A probabilidade a priori P(A), segundo Amaral e Inácio (2010), fornece a probabilidade dos diferentes valores possíveis da quantidade de interesse antes dos dados serem considerados. Representa o estado do conhecimento anterior aos dados.

A *priori informativa* é quando se conhece alguma coisa acerca do parâmetro desconhecido ***A*** ou sobre o experimento sendo realizado, usam-se essas informações no estabelecimento da função densidade de probabilidade a priori para ***A***. Se essa densidade contiver parâmetros, estes são estabelecidos fora do modelo (hiperparâmetros) (BRASIL, 2012).

Por outro lado, a *priori não informativa* ocorrem em situações que se conhece muito pouco ou quando não se tem nenhuma informação disponível a priori, sendo que todos os possíveis valores de ***A*** como igualmente prováveis, isto é, com uma distribuição a priori uniforme (EHLERS, 2003).

Para Amaral e Inácio (2010), a verossimilhança P(B/A), fornece a probabilidade de obter o dado, considerando diferentes valores possíveis da quantidade desconhecida de interesse (hipótese H).

E a probabilidade a posteriori P(A/B), fornece a probabilidade dos diferentes valores possíveis da quantidade de interesse depois de considerar os dados, representando o estado do conhecimento posterior aos dados (AMARAL e INÁCIO, 2010).

Em resumo, a probabilidade a posteriori é a combinação da priori com a verossimilhança, sendo que a diferença entre priori e a posteriori é o aprendizado que se obtêm com os dados.

2.3. Inferência Bayesiana

Historicamente, a aplicação de métodos de Bayesiano foi limitada pela capacidade para realizar as integrações. Estatística Bayesiana moderna se baseia em simulações de computador para aproximar os valores de integrais (CHRISTENSEN et al., 2011).

Para Hainline (2013), a inferência estatística moderna pode ser dividida em duas principais escolas de pensamento: freqüentista e bayesiana.

A abordagem freqüentista é o método clássico de análise estatística em que informação prévia, obtida por estudos ou ensaios anteriores, é usada apenas durante a fase de planejamento. Estatística Bayesiana, ao contrário, constrói informação prévia para a análise formal, uma vez que se torna disponível. Ensaios anteriores, estudos em outros países, ou opiniões de especialistas são considerados fontes válidas de informação prévia. O uso de informação prévia na análise pode ser útil no planejamento do estudo e pode-se argumentar que um resultado mais preciso resulta de uma análise bayesiana. A informação prévia permite ao pesquisador a diminuir o alcance de um julgamento, o que resulta em um resultado mais específico (HAINLINE, 2013).

Em uma análise freqüentista, a interpretação dos dados depende das intenções do pesquisador. Para freqüentistas, antes que o experimento é conduzido, valores críticos devem ser determinados, e p-valores são a base para a tomada de decisões. Estatísticos bayesianos afirmam que as hipóteses devem ser comparadas com o quão bem elas explicam os dados. P-valores representam a probabilidade de observar uma estatística de teste igual ou mais extrema quanto aquela observada em uma amostra, assumindo verdadeira a hipótese nula do que o observado, assumindo que a hipótese nula é verdadeira (HAINLINE, 2013).

Um valor-p pequeno em uma análise freqüentista resultará na rejeição da hipótese nula (muitas vezes assumindo que não há associação) em favor da hipótese alternativa (muitas vezes alegando associação está presente). Estatística bayesiana permite ao pesquisador obter *odds ratio* e probabilidades de previsão que possam demonstrar a magnitude do efeito que a variável tem sobre a variável de desfecho (HAINLINE, 2013).

Com análise bayesiana, cada análise compõe-se de dois tipos de informações: os dados que estão sendo analisados e a informação prévia. Sendo assim, o pesquisador é livre para escolher qualquer informação prévia que ajuda a explicar os dados que estão sendo analisados. (HAINLINE, 2013).

Para Diggle e Ribeiro (2007), a inferência bayesiana é o processo de se encontrar um modelo de probabilidade para um conjunto de dados e resumir o resultado para uma distribuição de probabilidade sobre os parâmetros do modelo, que são tratadas como variáveis aleatórias e sobre quantidades não observadas como valores de novas observações (preditivas).

O teorema de Bayes é usado na inferência estatística para atualizar estimativas da probabilidade de que diferentes hipóteses sejam verdadeiras, baseado nas observações e no conhecimento de como essas observações se relacionam com as hipóteses (SORENSEN, 1996).

Para Amaral e Inácio (2010), os objetivos da estatística bayesiana são:

- representar o desconhecimento a priori sobre os parâmetros do modelo com uma distribuição de probabilidade (distribuição a priori);
- atualizar esse desconhecimento a *priori* com dados atuais - verossimilhança (*likelihood*);
- e produzir uma distribuição de probabilidade para o parâmetro que contenha menos desconhecimento (distribuição *posteriori*).

Segundo Bernardo (2001), a estatística bayesiana utiliza a probabilidade como uma medida condicional de incerteza associada com a ocorrência de um determinado evento, dada a informação disponível e os pressupostos aceitos.

> "A abordagem bayesiana para inferência permite estimativa de parâmetros utilizando informações provenientes dos dados através da função de probabilidade, bem como informações provenientes de outras fontes antes vistos os dados (ou seja, estudos anteriores, julgamentos subjetivos), que é formalizada através de distribuições anteriores. Teorema de Bayes combina a função de verossimilhança e a distribuição prévia definição de uma nova quantidade, conhecida como distribuição posterior que forma a base da inferência Bayesiana. Os parâmetros são considerados como aleatórios e as suas estimativas resulta não só num único valor, mas nas probabilidades de seus valores possíveis que são dadas pela sua distribuição de probabilidade, conhecida como a distribuição marginal posterior."[2]

Para Resende (2000), em inferência Bayesiana, certos métodos que assumem distribuições a priori não informativas, são essencialmente de inferência

---

[2] GOŞONIU, L. **Development of Bayesian geostatistical models with applications in malaria epidemiology**. Thesis Doktors, Universität Basel, Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät, 2008.

verossimilhança, tais como o método VEIL (ou da verossimilhança integrada de Gianola & Foulley, 1990) de estimação de componentes de variância, os quais mantêm a propriedade de conduzir a análise exata de amostra de tamanho finito.

E para Lavine (2000), a análise Bayesiana utiliza a distribuição posterior para resumir o estado de conhecimento. A distribuição posterior combina informações a partir dos dados na mão expressa através da função de verossimilhança, com outras informações expressas através da distribuição prévia.

Segundo Resende et al. (2001), a análise Bayesiana de modelos lineares mistos baseia-se no conhecimento da distribuição a posteriori dos parâmetros a serem estimados, fato que possibilita a construção de intervalos de confiança exatos para as estimativas das variáveis aleatórias, componentes de variância e efeitos fixos. E ainda segundo Resende et al. (2001):

> "Em inferência Bayesiana não existe qualquer distinção entre efeitos fixos ou aleatórios, sendo que os parâmetros a serem estimados são considerados variáveis aleatórias (Bibby & Toutenburg, 1977; Gianola & Fernando, 1986) que devem ser estimadas considerando as incertezas associadas a elas. Em termos de estimação, enquanto para a inferência freqüentista vários estimadores para um parâmetro podem existir, para a inferência Bayesiana, existe, a princípio, um único estimador, o qual conduz a estimativas que maximizam a função densidade de probabilidade a posteriori. Dessa forma, os dados são fixados na distribuição a posteriori e a estimação Bayesiana permite a integrada estimação-decisão e a análise exata de amostras de tamanho finito (Gianola et al., 1990), a qual não pode ser obtida pela metodologia clássica de modelos mistos."

Em uma análise Bayesiana, a informação disponível a priori de um estudo é realizada e resumida em um modelo quantitativo ou hipótese: a distribuição de probabilidade a priori. O Teorema de Bayes utiliza a distribuição de probabilidade a priori e a verossimilhança dos dados para gerar uma distribuição de probabilidade a posteriori (ELLISON, 2004).

De modo geral, para Mattos e Silva (2002), a inferência bayesiana se baseia na noção de probabilidade subjetiva, ou seja, no grau de confiança em determinada hipótese sobre quantidades de interesse não observáveis. Assim, esta probabilidade subjetiva pode variar entre indivíduos ou em função dos acontecimentos, estabelecendo-se uma probabilidade a priori sobre a hipótese. A atualização das informações com dados e evidências sobre a hipótese é realizada via Teorema de Bayes, modificando e refinando a probabilidade subjetiva continuamente (MATTOS, SILVA, 2002).

Um aprofundamento na teoria sobre inferência bayesiana e o uso do método de Monte Carlo via cadeias de Markov (*Markov chain Monte Carlo* – MCMC) o leitor pode encontrar nos textos apresentados por Elehrs (2003), Vismara (2006), Coelho-Barros (2008), Bisaggio (2014) e Karabatsos (2015).

3. MÉTODO

Serão descritos a seguir os procedimentos usados neste trabalho para verificar a aplicabilidade da inferência bayesiana na avaliação de imóveis.

3.1.1. Pesquisa de valores

Escolheram-se duas áreas de estudos para aplicar o método bayesiano, distantes entre si e com realidades mercadológicas diferentes.

3.1.2. Tratamento dos dados

Para obter os modelos de regressão linear clássicos para cada uma das áreas de estudo, foi usado software específico de engenharia de avaliações. Este modelo foi em seguida usado para fornecer as informações *prioris* para obter os modelos de regressão bayesianos.

Os modelos de regressão bayesianos foram obtidos com o uso do *software Bayesian Regression: NonParametric and Parametric Models* (BayesReg), de distribuição gratuita, desenvolvido pelo Prof. George Karabatsos da Universidade de Illinois-Chicago.[3]

3.1.3. Análises

Os resultados obtidos no procedimento relatado acima foram inseridos numa planilha eletrônica, usada também para tabular os dados, fazer gráficos e calcular estatísticas diversas. Com estas informações, procedeu-se a diversas análises, algumas das quais mostradas no item 5 deste texto.

3.1.4. Ressalvas e fatores limitantes

Os dados amostrados são todos de oferta, obtidos em diversos sites de imobiliárias e não foram vistoriados.

4. MODELOS DE REGRESSÃO

4.1. Área de Estudo 1

4.1.1. Distribuiçao espacial dos elementos amostrais

Como Área de Estudo 1 foi escolhido o bairro Itacorubi, situado na parte insular da cidade de Florianópolis (SC). Foram coletados dados de 63 imóveis tipo apartamento em abril de 2015, sendo usados 59 para obtenção do modelo de regressão. A distribuição espacial dos elementos amostrais pode ser vista na Figura 2.

---

[3] Este software pode ser obtido em: http://tigger.uic.edu/~georgek/HomePage/BayesSoftware.html (página visitada em agosto de 2015).

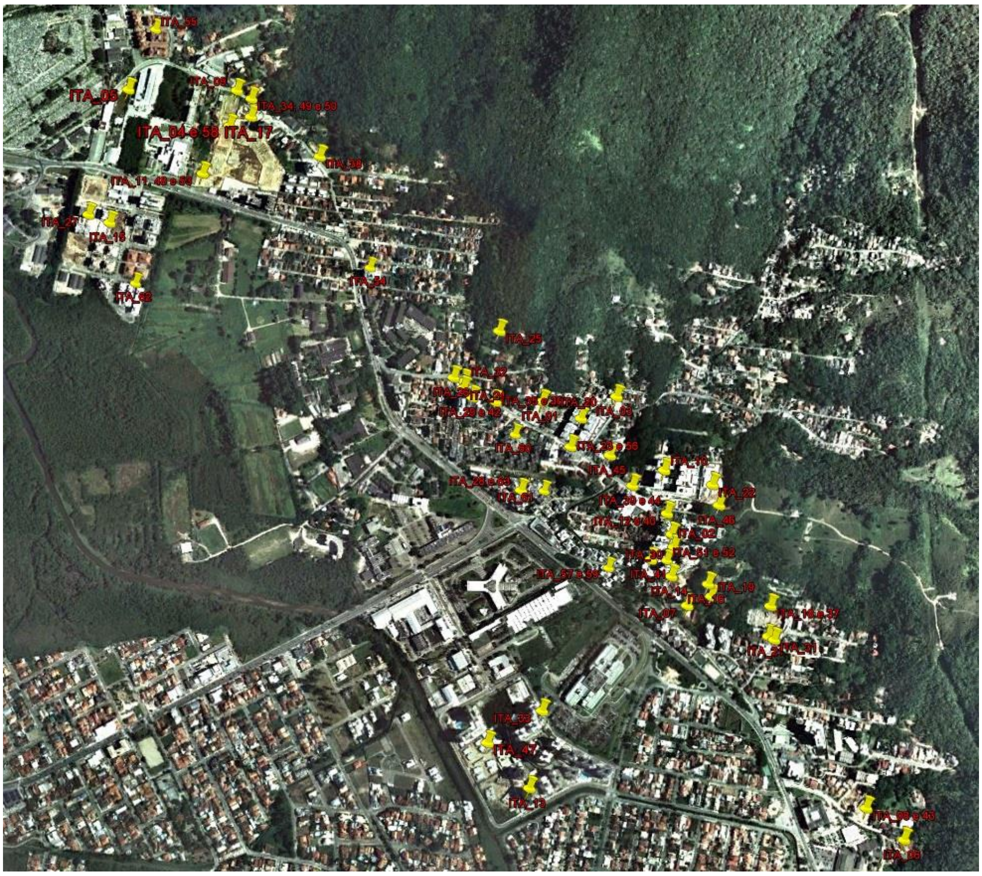

Figura 2 – Amostra de imóveis no bairro Itacorubi

4.1.2. Modelo de regressão linear

O modelo de regressão linear usado foi:

ln(VT) = b0 + b1*1/raiz(Area_Privativa) + b2*N_Quartos + b3*N_Suites + b4*(N_Garagens)^2 + b5*Padrao + b6*Novo

onde:

VT = valor total do imóvel
Area_Privativa = área privativa do imóvel
N_Quartos = número de quartos do apartamento
N_Suites = número de suítes do apartamento
N_Garagens = número de garagens
Padrao = padrão do imóvel, seguindo uma classificação de 1 a 3, sendo atribuído o valor maior ao padrão mais elevado (código alocado).
Novo = variável dicotômica, assumindo o valor 1 quando o imóvel for novo e valor 0 quando o imóvel for usado.

O modelo atende aos requisitos da teoria estatística para obtenção de regressores não viesados, eficientes e consistentes. Também atende a todos os requisitos da NBR 14653-2:2011, podendo ser enquadrado no Grau III, tanto na fundamentação (nos itens aplicáveis à este estudo) quanto na precisão.

4.1.3. Valores dos regressores

Para obtenção dos valores dos regressores foi usado o *software Bayesian Regression: NonParametric and Parametric Models* (BayesReg) já mencionado acima. A Figura 3 mostra uma captura de tela feita após a importação dos dados amostrais e a definição do modelo bayesiano a ser usado, mas antes do processamento para obter a regressão linear bayesiana.

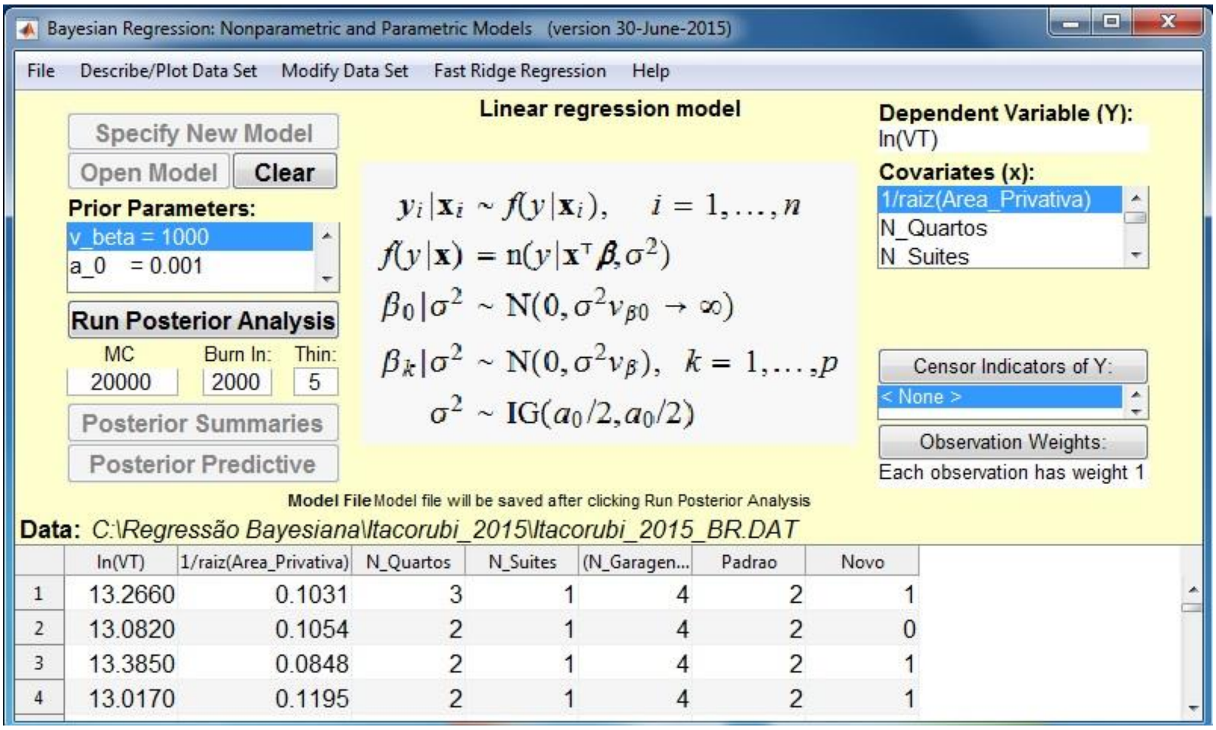

Figura 3 – Captura de tela do *software* BayesRegression

Na parte central da tela é apresentado o modelo bayesiano que será usado. No presente caso, observa-se o desenvolvimento estatístico (expresso nas relações mostradas) para o modelo de regressão linear, usado neste trabalho. No canto superior esquerdo observa-se os valores de inicialização informados para os parâmetros das *prioris*. Logo abaixo, são apresentados o número de simulações de Monte Carlo que serão feitas via cadeia de Markov (MC) e número de simulações iniciais que serão descartadas (Burn In).

Na parte superior direita da tela aparecem a variável dependente e as covariáveis consideradas no modelo. Os valores numéricos destes (amostra) podem ser vistos na parte inferior da tela.

O Quadro 1 apresenta os valores obtidos para os regressores usando a estatística frequencista e usando a estatística bayesiana.

Modelo Clássico		Intervalo de confiança (95%)		Amplitude	Forma
Regressor	Média	Lim. Inferior	Lim. Superior		
b0	13,323	12,949	13,696	0,746	1,000
b1	-9,162	-11,390	-6,935	4,456	1,000
b2	0,076	0,024	0,128	0,104	1,000
b3	0,056	-0,006	0,119	0,125	1,000
b4	0,033	0,022	0,045	0,024	1,000
b5	0,194	0,116	0,273	0,157	1,000
b6	0,131	0,064	0,197	0,133	1,000

Modelo Bayesiano		Intervalo de Credibilidade (95%)		Amplitude	Forma
Regressor	Média	Lim. Inferior	Lim. Superior		
b0	13,170	12,816	13,527	0,711	1,008
b1	-8,200	-10,383	-6,082	4,301	0,970
b2	0,090	0,041	0,14	0,099	1,020
b3	0,067	0,007	0,128	0,121	1,017
b4	0,034	0,023	0,046	0,023	1,091
b5	0,194	0,115	0,273	0,158	1,000
b6	0,130	0,065	0,196	0,131	1,015

Quadro 1 - Valores dos regressores (Área 1)

A “Forma” é dada pela relação:

$$Forma = \frac{Lim.Superior - Média}{Média - Lim\ Inferior} \tag{7}$$

Valor da Forma maior do que 1 indica um intervalo maior para a semi-amplitude superior em relação a semi-amplitude inferior.

4.2. Área de Estudo 2

4.2.1. Distribuiçao espacial dos elementos amostrais

Como Área de Estudo 2 foi escolhido uma região que engloba parte dos bairros Campinas e Kobrasol, situados no município de São José (SC). Foram coletados dados de 34 imóveis tipo apartamento em abril de 2015, sendo usados 33 para obtenção do modelo de regressão. A distribuição espacial dos elementos amostrais pode ser vista na Figura 4.

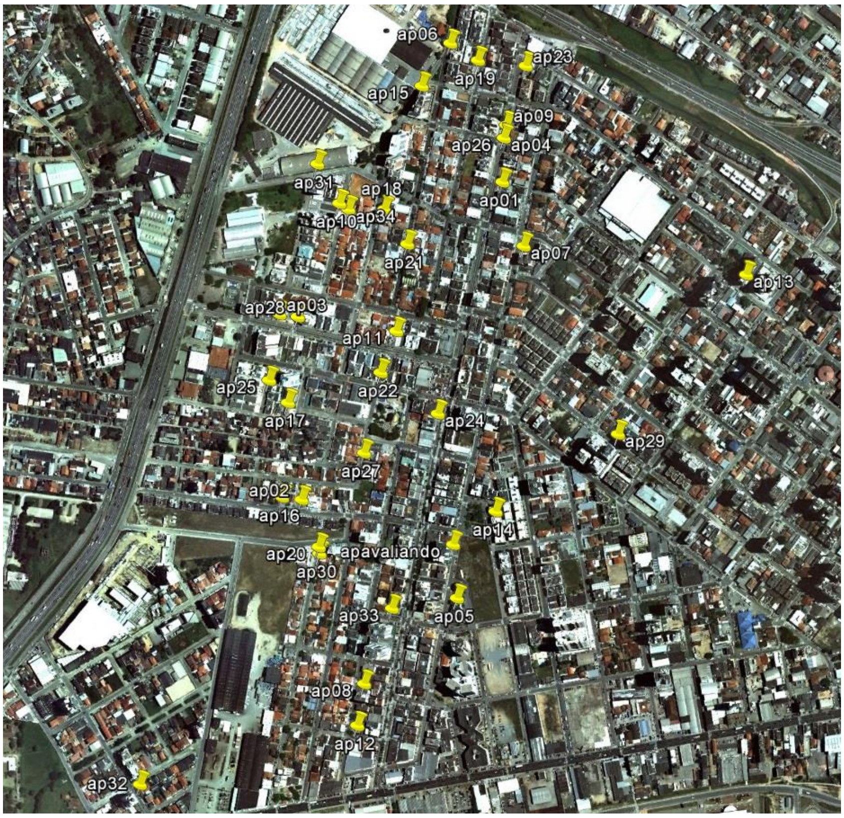

Figura 4 – Amostra de imóveis em São José

4.2.2. Modelo de regressão linear

O modelo de regressão linear usado foi:

ln(VT) = b0 + b1*ln(Area_Privativa) + b2*N_Quartos + b3*N_Suítes + b4*(N_Garagens)^2 + b5*Padrao + b6*Novo

onde:

VT = valor total do imóvel
Area_Privativa = área privativa do imóvel
N_Quartos = número de quartos do apartamento
N_Suites = número de suítes do apartamento
N_Garagens = número de garagens
Padrao = padrão do imóvel, seguindo uma classificação de 1 a 3, sendo atribuído o valor maior ao padrão mais elevado (código alocado).
Novo = variável dicotômica, assumindo o valor 1 quando o imóvel for novo e valor 0 quando o imóvel for usado.

O modelo atende aos requisitos da teoria estatística para obtenção de regressores não viesados, eficientes e consistentes. Também atende a todos os requisitos da NBR 14653-2:2011, podendo ser enquadrado no grau II de fundamentação nos itens aplicáveis à este estudo e no Grau III de precisão.

4.2.3. Valores dos regressores

O Quadro 2 apresenta os valores obtidos para os regressores usando a estatística frequencista e usando a estatística bayesiana.

Modelo Clássico		Intervalo de confiança (95%)		Amplitude	Forma
Regressor	Média	Lim. Inferior	Lim. Superior		
b0	10,980	10,083	11,877	1,794	1,000
b1	0,155	-0,089	0,399	0,488	1,000
b2	0,152	0,054	0,251	0,197	1,000
b3	0,307	0,122	0,492	0,370	1,000
b4	0,077	0,026	0,127	0,101	1,000
b5	0,121	0,013	0,228	0,215	1,000
b6	0,059	-0,049	0,167	0,216	1,000

Modelo Bayesiano		Intervalo de Credibilidade (95%)		Amplitude	Forma
Regressor	Média	Lim. Inferior	Lim. Superior		
b0	10,989	10,216	11,781	1,565	1,025
b1	0,153	-0,059	0,367	0,426	1,009
b2	0,152	0,067	0,241	0,174	1,047
b3	0,308	0,145	0,463	0,318	0,951
b4	0,077	0,033	0,120	0,087	0,977
b5	0,121	0,020	0,216	0,196	0,941
b6	0,058	-0,033	0,150	0,183	1,011

Quadro 2 - Valores dos regressores (Área 2)

5. ANÁLISES

Observa-se que os valores dos coeficientes obtidos não diferem muito do modelo bayesiano em relação ao modelo clássico. Isto conduziu a valores semelhantes na estimativa de valores usando os dois modelos, como pode ser visto nas figuras 4 e 5.

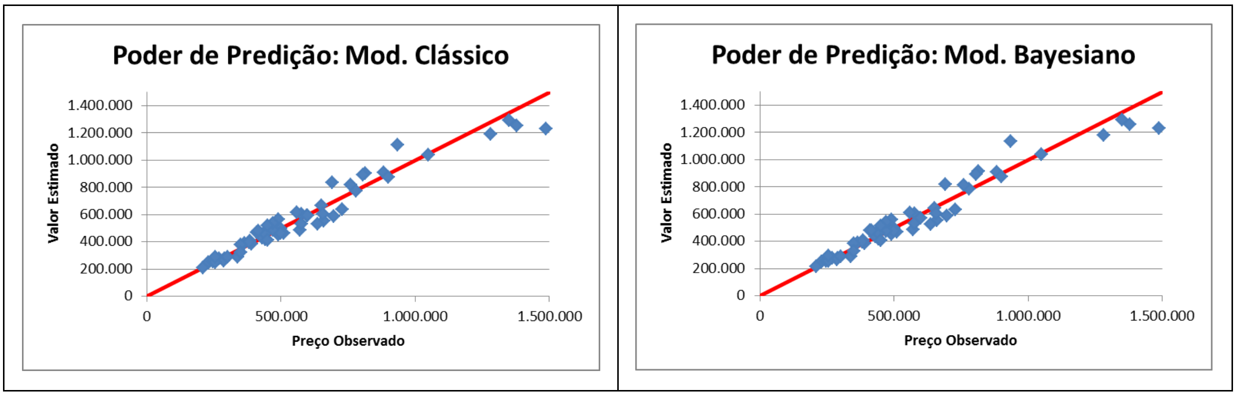

Figura 5 – Poder de predição para os modelos (Área 1)

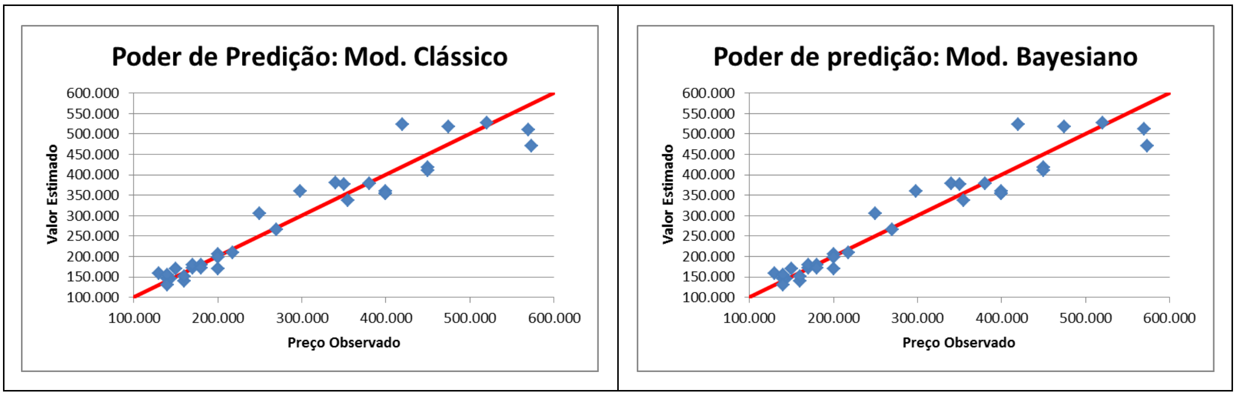

Figura 6 – Poder de predição para os modelos (Área 2)

Contudo, os intervalos de credibilidade de 95% foram quase sempre menores do que os intervalos de confiança de 95%, o que pressupõe uma maior precisão para as estimativas usando-se o modelo linear bayesiano.

9. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Este artigo mostrou que o uso de modelos lineares bayesianos é aplicável para avaliação de imóveis. Embora trazendo valores semelhantes para as estimativas dos valores dos imóveis nos dois casos estudados, os modelos bayesianos apresentaram um menor intervalo de credibilidade, podendo ser consideradas suas estimativas mais precisas do que aquelas obtidas pelo método clássico.

Deve-se considerar que os modelos bayesianos usaram como *prioris* modelos de regressão clássica bem ajustados, com bom poder de predição e que atendem a todos os pressupostos básicos. Sugere-se desenvolver outros estudos, abordando modelos que não apresentam um ajuste muito bom, para verificar se os modelos bayesianos podem ajustar melhor os valores.

O uso da estatística inferencial abre novas perspectivas para a avaliação de imóveis, mas conclusões definitivas carecem de mais estudos.

BIBLIOGRAFIA

AMARAL, E. F. L. e INÁCIO, M. M. **Modelos Bayesianos**. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: <http://www.ernestoamaral.com/docs/dcp859b4-102/Aula142.pdf>. Acesso em 15 mar. 2014.

ANDRADE, P. J. N. **Sistemas Especialistas de Apoio ao Diagnóstico em Medicina. Relações com o Teorema de Bayes e com a Lógica do Raciocínio Diagnóstico**. Fortaleza, 1999. Disponível em: < http://publicacoes.cardiol.br/abc/1999/7306/73060008.pdf>. Acesso em 21 out. 2014.

BISAGGIO, Helio da Cunha. **Análise preditiva da integridade de dutos corroídos baseada em conceitos de confiabilidade estrutural e inferência bayesiana**. Tese de doutorado, COPPE-UFRJ, 2014.

CARROLL, J. L. **A Bayesian Decision Theoretical Approach to Supervised Learning, Selective Sampling, and Empirical Function Optimization**. A dissertation submitted to the faculty of Brigham Young University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 2010. 357p.

COELHO-BARROS et. al. **Métodos de estimação em regressão linear múltipla: aplicação a dados clínicos** *in* Revista Colombiana de Estadística, Junio 2008, volumen 31, no. 1, pp. 111 a 129.

CHRISTENSEN, R. JOHNSON, W. BRANSCUM, A. HANSON, T. E. **Bayesian Ideas and Data Analysis An Introduction for Scientists and Statisticians**. CHAPMAN & HALL/CRC, Boca Raton, FL, 2011.

ELEHRS, R. S. **Introdução a Inferência Bayesiana**. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

ELLISON, A. M. **Bayesian inference in ecology**. Harvard University, Ecology Letters, (2004) 7: 509–520.

HAINLINE, A. E. **Frequentist and bayesian modeling in the presence of unmeasured confounding**. A Thesis Submitted to the Faculty of Baylor University In Partial Fulfillment of the Requirements for the Honors Program. Waco, Texas May 2013. 56p.

KARABATSOS, G. (2015). **A Menu-Driven Software Package of {B}ayesian Nonparametric and Parametric) Mixed Models for Regression Analysis and Density Estimation.** ArXiv e-print 1506.05435.

LAVINE, M. **What is Bayesian statistics and why everything else is wrong**. Technical report, Duke University, North Carolina, 2000.

MATTOS, N. M. C.; SILVA, R. R. da. **Inferência bayesiana via simulação estocástica com implementação no programa WinBUGS**. Anais do XXXIV SBPO – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – 8 a 11 de novembro de 2002, Rio de Janeiro/RJ.

PENA, S. D. Bayes: o ‘cara’!. **Ciência Hoje**, Rio de Janeiro, v.38, n.228, p. 22 – 29, jul. 2006. Disponível em: <http://cienciahoje.uol.com.br/banco-de-imagens/lg/protected/ch/228/bayes.pdf/at_download/file>. Acesso em 21 out. 2013.

RESENDE, M. D. V. de. **Inferência Bayesiana e simulação estocástica (amostragem de Gibbs) na estimação de componentes de variância e de valores genéticos em plantas perenes**. Colombo: Embrapa Florestas, 2000. 68p. (Embrapa Florestas. Documentos, 46).

VISMARA, Lilian de Souza. **Aplicação da inferência bayesiana para a simulação da dinâmica de produção de sementes de plantas daninhas**. Dissertação, USP, Escola de Engenharia de São Carlos, 2006.