

**XVII COBREAP – CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA DE  
AVALIAÇÕES E PERÍCIAS – IBAPE/SC – 2013**

**TRABALHO DE AVALIAÇÃO**

**Resumo:** *O cálculo da depreciação de bens em geral é feito através de metodologias baseadas em condições físicas e de trabalho. Neste artigo, busca-se analisar a depreciação de bens do ponto de vista econômico, analisando evidências junto ao mercado de bens usados para, a partir daí, inferir a depreciação destes ativos. Lança-se mão da transformação de Box-Cox para estimar as formas funcionais e taxas de depreciação para os bens analisados.*

**Palavras chave:** *Depreciação, Valor de Mercado, Análise Estatística*

## 1. INTRODUÇÃO

A depreciação é um dos principais aspectos da engenharia de avaliações, vez que, muitas vezes, a determinação direta do valor de bens usados é impossível, devido à ausência de dados de mercado que permitam a comparação.

Por outro lado, os métodos de depreciação tradicionalmente utilizados baseiam-se em modelos matemáticos teóricos, com formas funcionais diversas, que não necessariamente espelham as condições mercadológicas para os bens em questão. Não obstante, segundo Benvenho (2009), os métodos de depreciação mais comumente utilizados apresentem, para alguns conjuntos de bens, boa aproximação em relação ao valor de mercado, é importante uma melhor fundamentação neste tema.

Como indicativo da necessidade de uma aproximação entre métodos de depreciação e valor de mercado de bens usados, estudos recentes tem abordado este assunto. Sabino (2012) propôs uma conjunção de dois métodos de depreciação: Caires e Ross-Heideck, obtendo resultados superiores, quando cotejados com os valores de mercado dos bens avaliados, aos dois métodos aplicados isoladamente. Gatto e Da Silva (2013) aproximaram curvas de depreciação através de dados de mercado de equipamentos usados, obtendo resultados bastante consistentes.

Neste artigo, busca-se efetuar a análise de dois pontos de suma importância para a depreciação de bens:

1. A forma funcional da depreciação;
2. As taxas de depreciação

A análise da forma funcional da depreciação objetiva estudar como se comporta o perfil daquela em função da idade, ou, em termos usuais a engenharia de avaliações, qual o formato da curva de depreciação. Em resumo, busca-se, através de métodos de análise, especificar a curva de depreciação que melhor aproxime o mercado.

Quanta às taxas de depreciação, o objetivo é especificar um modelo matemático<sup>1</sup> que reflita a perda de valor do bem depreciado, de forma coerente com o mercado.

Neste contexto, o presente artigo apresenta uma análise da depreciação através do estudo de bens usados comercializados no mercado “de segunda mão”, e através de técnicas estatísticas, descritas mais a frente, busca extrair daqueles a forma funcional e a aproximação de modelo matemático conveniente para a depreciação.

O artigo está dividido em seis capítulos. O primeiro trata-se desta introdução. No segundo, são abordados os diversos aspectos relativos à depreciação, dando-se destaque para aqueles que influenciam os resultados da análise. No terceiro, discutem-se alguns problemas metodológicos inerentes ao assunto da depreciação. O quarto apresenta a modelagem do problema, incluindo aí as formas de análise empregadas. No quinto, são apresentados os resultados oriundos da modelagem.

---

<sup>1</sup> Modelo é uma estrutura que descreve, de forma aproximada, um fenômeno qualquer. Modelo matemático é um sistema axiomático consistindo de termos indefinidos que são obtidos pela abstração e qualificação de ideias do mundo real

No sexto são apresentadas as conclusões do presente estudo, bem como recomendações gerais para o emprego do mesmo e de futuros estudos sobre o tema. Por fim, apresenta-se a bibliografia referenciada neste artigo.

## 2. DEPRECIÇÃO

### 2.1 Definição

A depreciação é um conceito importante em vários campos do conhecimento, dentre eles engenharia, economia, contabilidade e administração. No entanto, cada uma contextualiza a depreciação dentro de seus alicerces teóricos, o que pode levar a conceitos divergentes, e aparentemente conflitantes. Preinrich (1938) cita, como exemplo destas diferentes visões, a engenharia, na qual a depreciação é associada à sobrevivência dos bens, ao passo que na economia ela é encarada como sua diminuição ou perda da capacidade de rendimentos futuros. Num contexto mais geral, Marston, Winfrey e Hempstead (1963) apresentam três sentidos para depreciação: (1) diminuição do valor, (2) custo de operação, e (3) condição física.

Entretanto, tais conceitos, a despeito de aparentemente divergentes, são intimamente ligados e diretamente relacionados. Com efeito, é intuitivo que um bem com maior degradação física tenda a gerar menor rendimento futuro. Ou, baseado em uma visão probabilística, quanto menor a probabilidade de sobrevivência de um bem, maior o risco associado aos fluxos de caixa futuros esperados do mesmo e, conseqüentemente, menor seu valor presente.

Como critério geral para este artigo, o termo depreciação será considerado como perda de valor do bem, pois este é o conceito mais importante dentro da engenharia de avaliações. No entanto, ao longo do trabalho, serão feitos paralelos entre a perda de valor e a condição física, vez que, como já apresentado anteriormente, tratam-se de conceitos correlatos.

De acordo com Ackerman (1973), o valor de um ativo qualquer, com idade  $T$ , seguindo a base da teoria do capital, é igual a valor presente dos rendimentos esperados durante sua vida remanescente, podendo ser obtido pela expressão:

$$P(T) = \int_T^D S(t) e^{-r(t-T)} dt \quad (1)$$

sendo:

$T$  = idade atual do ativo;

$D$  = idade de desativação ou sucateamento;

$t$  = tempo;

$r$  = taxa de desconto para os rendimentos esperados do ativo;

$S(t)$  = valor dos rendimentos esperados do ativo no tempo  $t$ ;

$P(T)$  = valor do ativo com idade  $T$ .

Hotelling (1925) apresenta expressão semelhante, considerando também o valor de salvado (ou sucata) do bem no final de sua vida útil. Também define a função depreciação  $D(t)$  como sendo a variação do valor do bem no tempo.

$$D(t) = \frac{dP(t)}{dt} \quad (2)$$

sendo:

$D(t)$  = Depreciação em função do tempo;  
 $dP(t)$  = Diferencial do valor em função do tempo;  
 $dt$  = Diferencial do tempo.

A combinação das equações (1) e (2) evidencia a depreciação como função da perda de capacidade (ou diminuição da probabilidade) de geração de receitas futuras de um bem qualquer.

## 2.2 Depreciação Física e Econômica

Bell (1985) aponta para diferenças entre a depreciação física e econômica. Citando Hotelling, ele define depreciação como perda de valor do bem, ao passo que a depreciação física representa a perda de eficiência do mesmo.

A perda de valor do bem está diretamente ligada à queda na eficiência ou a diminuição da probabilidade de desempenhar a função projetada, pois estas situações causam diminuição, ou expectativa de diminuição, do rendimento futuro. Ou, segundo Winfrey (1942), a depreciação é a perda de valor do bem devido à diminuição de sua capacidade de realizar serviços futuros ou presentes.

Diante disso, evidencia-se a perfeita conciliação possível entre a visão da depreciação econômica (Hotelling, Bell) e física (Winfrey).

Existem autores, tais como Budhbatti (2002) que atribuem ao termo depreciação apenas o efeito físico. Por outro lado, Fillinger (1978) e Gatto (2007) consideram, além do desgaste físico, a obsolescência, como fontes de depreciação. Feldstein e Rothschild (1974) adotam este conceito para desenvolver hipóteses sobre a teoria de reposição de investimentos.

Nesta linha, a melhor conceitualização deve-se a Barreca (2010), teorizando as “forças de depreciação”, assim caracterizadas:

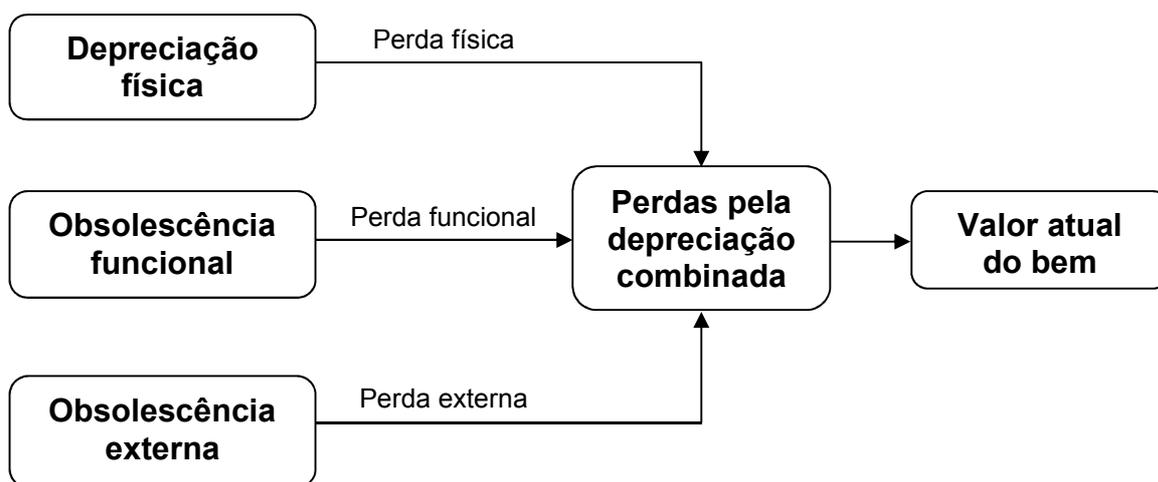
a. Depreciação física: perda de valor de um bem devido à exposição aos elementos, por exemplo, desgaste com o uso, deterioração com a idade e destruição acidental.

b. Obsolescência funcional: perda de valor de um bem devido à diminuição do mesmo em desempenhar sua função em acordo com as expectativas do mercado. É o exemplo de computadores antigos, cuja capacidade de processamento não suporta softwares mais atuais.

c. Obsolescência externa: perda de valor de um bem devido a condições externas ao mesmo (extrínsecas), fora do controle de seu proprietário e não inerentes àquele. Como exemplo, podemos citar o caso de um posto de combustíveis na margem de uma rodovia. Uma alteração no traçado da rodovia,

com perda de acesso direto ao posto por aquele resultaria na obsolescência econômica do mesmo. Outro exemplo são as instalações de processamento de couros (curtumes). Com a queda da demanda, a grande maioria das empresas opera em capacidades significativamente inferiores a nominal.

As forças de depreciação podem ser vistas na Figura 1, a seguir.



**Figura 1:** Diagrama das forças de depreciação (Barreca, 2010)

Neste aspecto, observa-se que a depreciação econômica, tem um componente físico, que é inerente ao bem e à sua utilização, um componente funcional, que é misto bem + ambiente externo e um componente totalmente externo.

Esta diferenciação é importante no âmbito deste artigo, haja vista que os principais métodos de depreciação utilizados na engenharia de avaliações modelam as perdas físicas e, eventualmente, consideram algum componente de obsolescência.

## 2.3 Metodologias para Cálculo da Depreciação

Embora, conforme apontado no item anterior, os métodos de depreciação atualmente adotados pela engenharia de avaliações apresentam limitações, sobretudo devido ao enfoque predominante da perda de valor por desgaste físico, é importante apresentá-los, pois se trata de importantes ferramentas, sendo que alguns deles têm boa capacidade de aproximar o valor de mercado.

### 2.3.1 Método de Caíres

Este método foi desenvolvido pelo Engenheiro Hélio Roberto Ribeiro de Caíres e consiste em aproximar uma curva que determine o valor depreciado para o transcorrer da vida útil do bem, ponderado pela sua idade, valor residual, vida útil e fatores de manutenção e trabalho.

A dedução do método está detalhadamente descrita em Caíres (1978). A formulação matemática está expressa a seguir:

$$V = ((1 - V_r) \times D(t, n, \mu, \tau) + V_r) \times V_n \quad (3)$$

Sendo  $V$  o valor depreciado do equipamento,  $V_r$  o valor residual,  $V_n$  o valor novo e  $D(t, n, \mu, \tau)$  o coeficiente de depreciação, função da idade  $t$ , vida útil  $n$ , fator de manutenção  $\mu$  e fator de trabalho  $\tau$ .

$$D(t, n, \mu, \tau) = \frac{1,347961431}{1 + 0,347961431 \times e^{\Phi(\mu, \tau) \times (-0,041679277) \times \frac{t}{n}}} \quad (4)$$

$$\Phi(\mu, \tau) = 0,853081710 \times e^{0,067348748 \times \tau - 0,041679277 \times \mu - 0,001022860 \times \mu \times \tau} \quad (5)$$

### 2.3.2 Método da Criticidade

O método da Criticidade foi desenvolvido pelo Engenheiro João Carlos Alves Barbosa (vide Barbosa e Zeni, 1995), derivado dos estudos sobre manutenção encontrados em Monchy (1989).

De acordo com Gatto (2007), o índice de criticidade corresponde ao percentual do valor do bem novo que deveria ser aplicado em manutenção, de modo a que os mesmos funcionem com índices de disponibilidade compatíveis com o empreendimento. Matematicamente, tem-se:

$$V = \frac{V_n}{\left(1 + \frac{C}{100}\right)^t} \quad (6)$$

Sendo  $V_n$  o valor novo do equipamento,  $V$  o valor depreciado e  $C$  o índice de criticidade para o equipamento, processo ou instalação, calculado de acordo com a tabela a seguir.

VARIÁVEIS	ÍNDICE DE CRITICIDADE
COMPLEXIDADE TECNOLÓGICA	0 a 2
IMPORTÂNCIA DO EQUIPAMENTO NO PROCESSO	0 a 3
EQUIPAMENTO NACIONAL OU IMPORTADO	0 a 1
TAXA DE FALHAS	0 a 2
TEMPO DE OPERAÇÃO/JORNADA DE TRABALHO	0 a 2
MONTANTE DO INVESTIMENTO	0 a 2
<b>ÍNDICE TOTAL DE CRITICIDADE</b>	<b>Σíndices</b>

**Quadro 1** – Tabela de índices de criticidade

### 2.3.3 Método de Cole

Também conhecido como Método da soma dos dígitos ou método da série. Segundo Gatto (2007), o mesmo estabelece a depreciação empírica em cada período como sendo igual ao produto da depreciação total pelos elementos da série (sendo N o número de períodos – geralmente anual).

Em representação matemática:

$$\frac{N}{1+2+3+\dots+N}, \frac{N-1}{1+2+3+\dots+N}, \frac{N-2}{1+2+3+\dots+N}, \frac{N-4}{1+2+3+\dots+N} \quad (7)$$

O valor para cada depreciação periódica é igual ao valor da depreciação total.

$$V = V_n - D_a \quad (8)$$

Onde:

$D_a$  é a depreciação acumulada ao longo da idade do bem, sendo calculada pela seguinte expressão:

$$D_a = \frac{t(2t - x)D_p}{2} \quad (9)$$

Onde:

t é a idade do bem;

n é a vida útil do bem

$D_p$  é a depreciação por período, calculada pela seguinte expressão:

$$D_p = \frac{2(V_n - V_r)}{n(n+1)} \quad (10)$$

Onde:

$V_r$  é o valor residual

### 2.3.4 Método de Ross

O método de Ross considera a depreciação como função de um polinômio que considera a vida útil e a idade do bem.

$$\delta = 1 - \left[ \frac{1}{2} \times \left[ \frac{t}{n} + \frac{t^2}{n^2} \right] \times V_d \right] \quad (11)$$

Onde:

$\delta$  é a parcela de depreciação

$V_d$  é o valor depreciável

$$V = V_n \times \delta \quad (12)$$

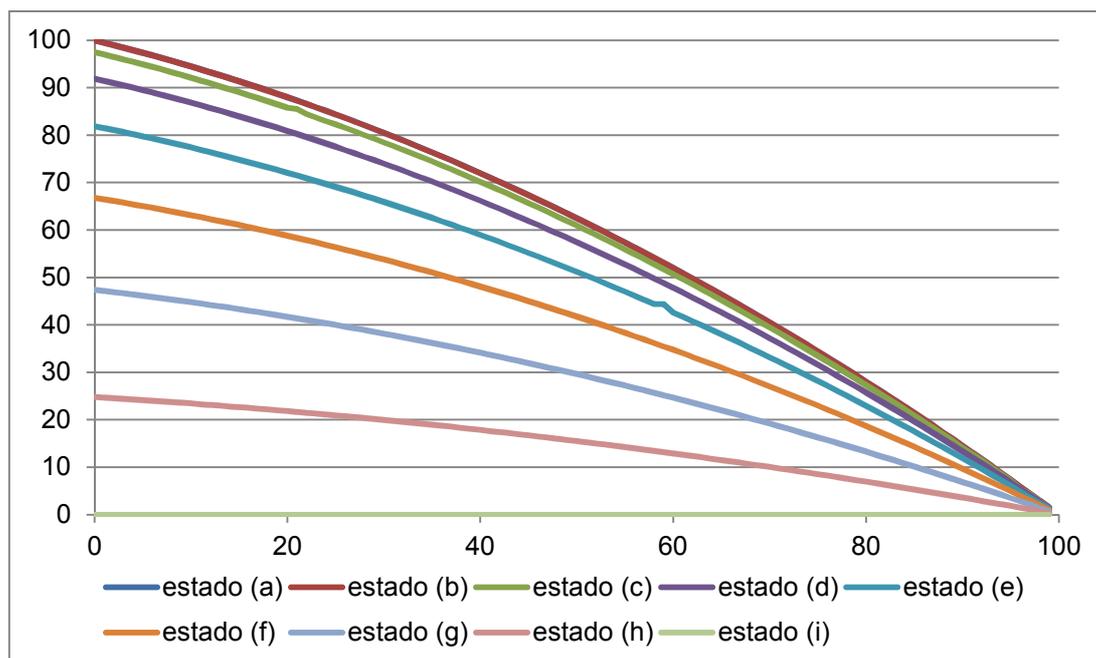
### 2.3.5 Método de Ross-Heidecke

A combinação do método de Ross com a tabela de estados de conservação proposta por Heidecke deu origem ao Método de Ross-Heidecke, amplamente empregado na avaliação de benfeitorias e construções (Gatto e Da Silva, 2013).

Condições Físicas	Classificação	Estado	Coefficiente
Não sofreu nem requer reparos	ÓTIMO	a	0,000%
	MUITO BOM	b	0,032%
Requer/recebeu pequenos reparos	BOM	c	2,520%
	INTERMÉDIO	d	8,090%
Requer reparações simples	REGULAR	e	18,100%
	DEFICIENTE	f	33,200%
Requer reparações importantes	MAU	g	52,600%
	MUITO MAU	h	75,200%
Valor de demolição (residual)	DEMOLIÇÃO	i	100,00%

**Quadro 2 – Estados de conservação de Heidecke**

A combinação dos métodos gera as seguintes curvas de depreciação.



**Figura 2:** Curvas de depreciação de Ross-Heideccke

### 2.3.6 Método da linha reta

Também conhecido como método da quota fixa ou método linear. Neste, o valor do bem deprecia linearmente com o tempo. Matematicamente:

$$V = V_n \times \left[ 1 - \left[ \frac{t \times V_d}{n} \right] \right] \quad (13)$$

### 2.3.7 Curvas de sobrevivência de Iowa

Nas décadas de 1920 e 1930, Edwin Kurtz e Robley Winfrey, professores e pesquisadores da Universidade de Iowa, coletaram dados de 176 diferentes tipos de bens, tendo estudado o seu padrão de retiradas ao longo de sua vida prevista.

Tais estudos foram consubstanciados na obra *Bulletin 125 – Statistical Analysis of Industrial Property Retirements*, tendo gerado 18 diferentes curvas de sobrevivência, denominadas L (left), R (right) e S (simetric). Posteriormente, em 1967, uma nova edição do Bulletin 125 foi lançada, apresentando quatro novas curvas, denominadas tipo O (origin).

De acordo com Ellsworth (2008), tais curvas são frequentemente utilizadas na avaliação de bens em geral, sobretudo máquinas e equipamentos.

Como observado em NARUC (1996), outras curvas de sobrevivência tem sido consideradas na avaliação, dentre elas as de Grompetz-Macaham, de Weibull e do

tipo h. Entretanto, as curvas de lowa ainda são as mais usuais, tendo passado por um processo de revalidação<sup>2</sup>.

A seguir, apresenta-se uma curva de sobrevivência de lowa do tipo L, com a curva de sobrevivência propriamente dita, a curva de vida provável, a curva de frequência de retiradas, a vida média, a vida provável, a vida máxima, a expectativa de vida, a moda de retiradas e a idade atual do bem.

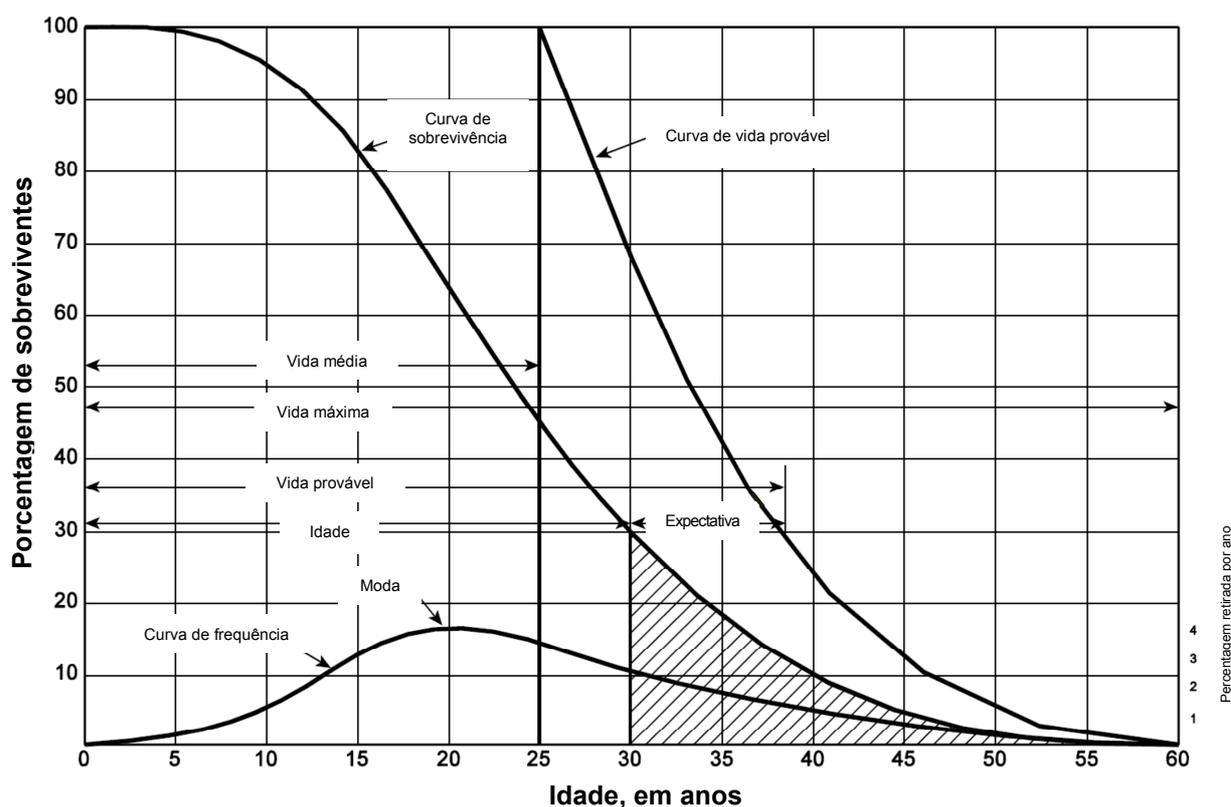


Figura 3: Curva de sobrevivência de lowa, tipo L

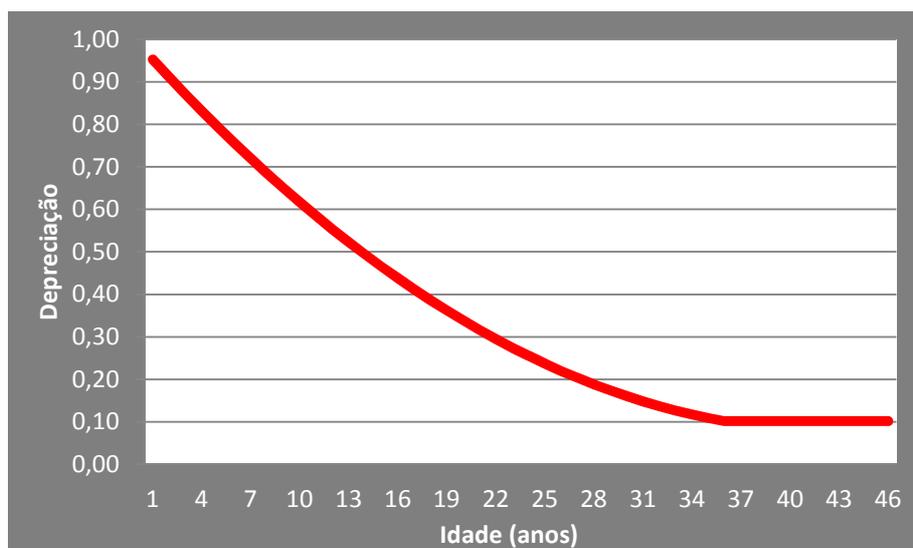
### 2.3.8 Método de Gatto e Da Silva

Gatto e Da Silva (2013) efetuaram o primeiro estudo brasileiro de depreciação de equipamentos através do uso de dados de mercado de bens usados. Além disso, os autores ligaram os bens estudados a sua vida útil, considerando o **Estudo de Vidas Úteis de Máquinas e Equipamentos**, do IBAPE/SP (vide em Gatto, 2007).

A curva resultante mostrou aderência aos dados, bem como coerência com hipóteses básicas de depreciação de equipamentos – depreciação inicial, sobrevida e valor residual.

A seguir, apresenta-se a curva resultante do estudo para equipamentos em bom estado de conservação.

<sup>2</sup> Russo, J.G. e Cowles, H.A. *Revalidation of Iowa Type Survivor Curves*. **The Engineering Economist**. V. 26, No. 1, 1980.



**Figura 4:** Curva de depreciação Gatto e da Silva

## 2.4 Forma Funcional e Especificação do Modelo

A forma funcional da depreciação traduz como o valor do bem se comporta com o passar do tempo, ou seja, como se dá a perda de valor daquele ao longo de sua vida.

A especificação do modelo informa, quantitativamente, qual a taxa de perda de valor com o passar do tempo, e inclui, além da idade, outras variáveis que possam influenciar a depreciação, tais como vida útil, uso, manutenção e estado de conservação.

Ross (1928) aborda a determinação da forma funcional da depreciação como um problema do Cálculo das Variações. De acordo com Aleksandrov, Kolmogorov e Lavrent'ev (1969), o cálculo das variações é um ramo da teoria dos funcionais que busca determinar curvas entre dois pontos  $a$  e  $b$  quaisquer que resultem em máximos (ou mínimos). A generalização deste resultado é a equação de Euler-Lagrange, expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial f}{\partial y'} \right) = 0 \quad (14)$$

considerando ainda que

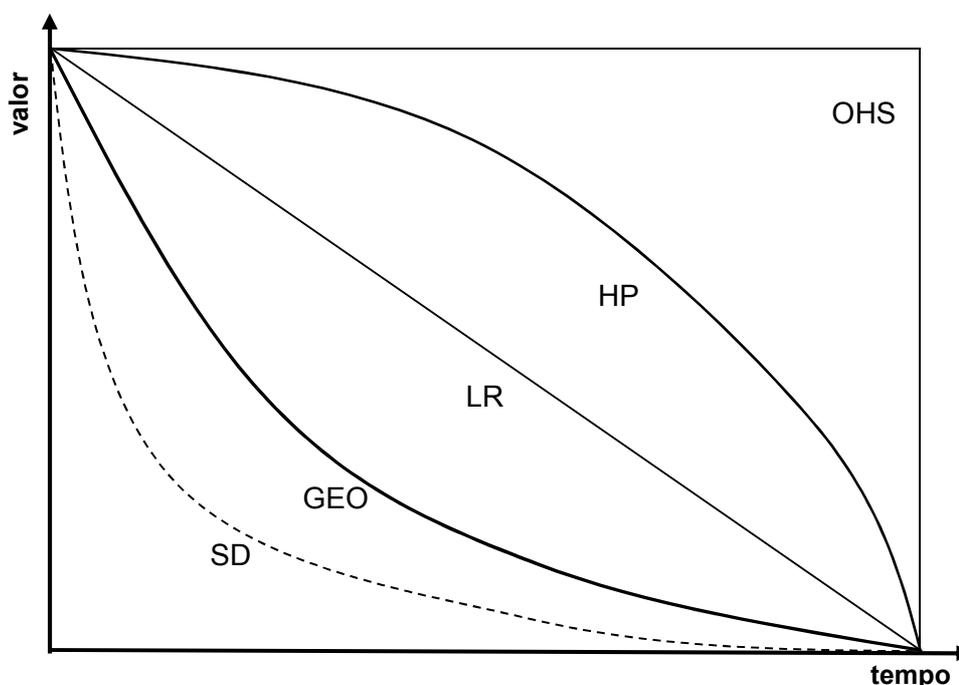
$$f(y) = \int_a^b f(y(x), y'(x), x) dx \quad (15)$$

sendo que o objetivo é descobrir a função que maximiza (ou minimiza) alguma característica entre os pontos  $a$  e  $b$ .

Para o caso da depreciação, segundo Ross, trata-se de maximizar a função Valor<sup>3</sup> da Máquina, considerando que a mesma é dependente das rendas futuras esperadas da operação daquela, com a hipótese adicional de que, com o passar do tempo, ocorre sua degradação, diminuindo a capacidade de geração de renda.

Ross informa que a depreciação que maximiza a função Valor da Máquina depende das condições iniciais e de contorno do problema, bem como de hipóteses sobre a perda de capacidade produtiva, taxas de juro e de interesse e situação de mercado e conclui que a solução, pelo cálculo das variações, é geral o suficiente para abarcar diversas formas funcionais, tais como linear, geométrica, soma de dígitos e OHS<sup>4</sup>, dentre outras.

Penson Jr., Hughes e Nelson (1977) indicam que a depreciação estimada através da perda de capacidade de produção, obtida por meio de dados de engenharia, pode assumir as seguintes formas funcionais: (a) um padrão geométrico - GEO; (b) linha reta - LR; (c) soma de dígitos - SD; (d) hiperbólico - HP e (e) tipo OHS; os quais são observados na figura 3.



**Figura 5:** Formas funcionais de depreciação

Segundo Schweinzer (2004), um bem qualquer pode depreciar a uma taxa  $b(t)$ . Logo, se  $K(t)$  representa o seu valor no tempo, a equação diferencial (16) representa a depreciação:

<sup>3</sup> A solução do funcional de depreciação está além do objetivo deste artigo, mas pode ser encontrada na citação apresentada (Ross, 1928), ou em Ross, Charles F. *A mathematical theory of depreciation and replacement*. **American Journal of Mathematics**. Vol. 50, N° 1, 1928.

<sup>4</sup> One Hoss Shay, termo em inglês sem tradução definida para o português, mas que indica um padrão de depreciação em que o bem tem valor de novo ao longo de toda a sua vida útil, caindo à zero ao chegar àquele limite.

$$\frac{\dot{K}(t)}{k(t)} = b(t) \quad (16)$$

assumindo que o bem é depreciado de forma constante, ou seja,  $b(t) = b$ , então a solução para (16) será:

$$K(t) = K_0 e^{-bt} \quad (17)$$

resultando no padrão geométrico de depreciação.

O modelo geométrico de depreciação tem sido constatado em uma série de estudos empíricos, destacando-se Hall (1971), Ackerman (1973), Hulten e Wykoff (1981a), Hulten e Wykoff (1981b), Bell (1985) e Tanguay (2004).

Por outro lado, alguns estudos encontraram evidências contrárias ao padrão geométrico de depreciação. Lee (1978), analisando a depreciação de barcos pesqueiros japoneses, identifica que o padrão de depreciação é dependente do porte (tonelagem) da embarcação, e que para algumas classes, o padrão geométrico não é suportado pelos dados. Nelson e Caputo (1997) analisam os padrões de depreciação de aviões mono e bimotores e concluem que o custo de manutenção médio afeta o padrão e a porcentagem de depreciação. Perry e Glier (1990) concluem que a idade não é a única variável importante para a estimativa da depreciação, entrando aí o tipo de uso, o estado de conservação e o valor residual (sucata ou salvado) também desempenham papel importante, inclusive para estabelecer a forma funcional. Penson Jr., Hughes e Nelson (1977) destacam que a grande depreciação nos primeiros anos de funcionamento imposta pelo padrão geométrico, em termos absolutos, não se coaduna com a perda de capacidade de equipamentos em geral, o que indica que a adoção daquele padrão causaria uma ruptura entre o ponto de vista econômico (capacidade de geração de renda) e funcional (capacidade de desempenhar função designada).

## 2.5 Cálculo da Depreciação Econômica

De acordo com Jorgenson (1996), o estudo da depreciação econômica tem sido realizado através do uso de modelos econométricos, lançando mão de preços de bens usados. Alguns estudos adotaram custos de arrendamento e investimentos em reposição de bens em detrimento ao mercado de usados.

Hall (1971) adotou um modelo de preços hedônicos na análise de caminhonetes americanas, não só para determinar a depreciação econômica, mas para tentar modelar a evolução tecnológica daquela classe de bens em função de seu preço. Ackerman (1973) adotou o mesmo padrão para o estudo da depreciação de carros de passeio. Beidleman (1976) estendeu o uso de preços de mercado de usados para calcular, além da depreciação, a vida útil de máquinas ferramenta nos Estados Unidos.

Hulten e Wykoff (1981a) propuseram o uso de modelos econométricos e transformação de Box-Cox para análise dos padrões de preço de oito diferentes tipos de ativos. Hulten e Wykoff (1981b) estudaram a depreciação econômica de edificações de diversas classes (comerciais, residenciais, industriais) através da modelagem de preços de mercado, determinando a forma funcional e a taxa da

mesma utilizando transformações de Box-Cox. Além disso, incluíram a análise de sobrevivência, pela aplicação das Curvas de Iowa, para corrigir o modelo diante das retiradas de bens do mercado. Oliner (1993) estudou a variação de preços de mainframes IBM, determinando a depreciação econômica e a obsolescência tecnológica deste tipo de bem. Posteriormente ele estendeu este estudo para máquinas ferramentas (Oliner, 1996).

A modelagem econométrica da depreciação econômica é metodologia empregada com êxito em estudos de variação de riqueza ou de investimento de um país (Fraumeni, 1997), ou na análise do impacto de mudanças tecnológicas ou exógenas nos investimentos, em um período de tempo específico (Cagan, 1971; Hulten, Robertson e Wykoff, 1989). Não há registro do uso desta técnica para a avaliação de bens, embora haja estudos sobre o efeito da depreciação econômica na rentabilidade de investimentos imobiliários (Fisher, Smith, Stern e Webb, 2005).

### 3. ALGUNS PROBLEMAS METODOLÓGICOS

Ao longo do emprego de métodos econométricos na estimativa da depreciação econômica, emergiram alguns problemas metodológicos, dentre os quais se destacam os seguintes:

- Mercado de “limões” ou assimetria da informação;
- Depreciação inicial;
- Viés dos dados censurados.

Por sua importância, cada um desses temas será tratado separadamente, incluindo aí a origem da questão e como os estudos encararam as mesmas.

#### 3.1 Mercado de “Limões” ou Assimetria da Informação

Akerlof (1970) introduz o conceito de assimetria de informação no mercado de bens usados. Segundo ele, usualmente vendedores de bens de “segunda mão” tendem a se desfazer dos que estão em piores condições, os denominados “limões”, mantendo para si os de melhor qualidade, as “pérolas”.

Portanto, o mercado de usados acaba ficando dominado pelos bens de pior qualidade e, devido à falta de informação dos compradores, assume-se que **todo** o mercado é constituído por limões, o que leva a atribuição de um desconto sobre o valor dos bens usados para considerar a percepção de que eles estejam em pior estado, sendo ela válida para um bem específico em oferta ou não. Em decorrência disto, todos os bens de segunda mão estão subprecificados.

Perry e Glier (1990) indicam que bens com maior uso são os primeiros a ser vendidos, ou seja, os equipamentos com maior utilização e, conseqüentemente, com maior perda de capacidade produtiva são aqueles que acabam por dominar o mercado de segunda mão, confirmando a hipótese do mercado de limões.

Em esta hipótese sendo realmente válida, o uso de dados do mercado de usados para análise da depreciação econômica superestimaria a mesma, haja vista a ocorrência do desconto implícito devido à percepção de bens comercializados em pior condição. Diante disso, caso o analista não disponha de dados para estimar

este desconto pela condição dos bens, não é possível determinar a depreciação econômica.

Muito embora a assimetria da informação no mercado de usados é uma hipótese plausível e, em determinados segmentos, pode realmente ocorrer, ela não deve ser tomada como verdadeira, sem uma análise mais pormenorizada.

Em primeiro lugar, o problema dos limões foi inicialmente teorizado para o mercado de automóveis<sup>5</sup>, no qual o comprador usual é o cidadão médio, sem maiores conhecimentos técnicos do ramo automobilístico. A questão é se isso é constante nos mercados de segunda mão, especialmente de máquinas e equipamentos em geral, que são os principais tipos de bens alvo da análise da depreciação econômica.

Hulten e Wykoff (1981a) discutem este aspecto e concluem que na maioria dos mercados de usados, os compradores são especializados no tipo de bem comercializado, pois operam ou comercializam os mesmos. Diante disso, a hipótese da assimetria de informação não é válida. Cockburn e Frank (1978) abordam o assunto de forma indireta, para o caso de petroleiros, quando argumentam que o mercado é fechado e os participantes conhecem os produtos envolvidos. Outro ramo com extensa comercialização de bens usados é o aeronáutico, onde existem guias de preço (blue books), custos de manutenção amplamente conhecidos, bem como exigência de documentação com o histórico das aeronaves, incluindo aí danos, manutenções realizadas e condição de utilização. Mesmo que um comprador não esteja envolvido no ramo, existe ampla gama de serviços de consultoria para auxiliar na aquisição de aeronaves. Neste caso, a hipótese de assimetria de informação não é aplicável para este setor. O mesmo caminho é seguido por Bell (1985), no que diz respeito a tratores e máquinas agrícolas. Ele afirma que compradores deste tipo de bem são, via de regra, experts, e pagam o que ele realmente vale, em face às suas condições, não impondo uma desvalorização que não corresponde a seu estado.

Destarte, é razoável supor que o problema dos limões não afeta de forma significativa o mercado de segunda mão e, conseqüentemente, não comprometa a análise da depreciação econômica através da análise de dados de mercado.

### **3.2 Depreciação Inicial**

Um aspecto presente no mercado de usados é conhecido como depreciação inicial. É aquele caso onde o bem experimenta um decréscimo de valor tão logo perca a condição de novo. Esta situação é destacada por Ferraro (1995) que enfatiza a questão da perda da condição de novo em termos operacionais, especialmente de alguns componentes, apresentando como exemplos os rolos de distribuição de tinta em impressoras off-set e elementos filtrantes em instalações de filtragem.

Tal situação é bastante conhecida no mercado de automóveis. A partir do momento que o automóvel é retirado da concessionária, perdendo seu status de novo, ele sofre uma sensível desvalorização, ainda que não tenha sofrido praticamente nenhum desgaste, tampouco tenha sido alvo de qualquer tipo de obsolescência.

---

<sup>5</sup> O termo limão se refere, no mercado americano, a carros usados em mau estado.

Para Bell (1985), parte desta depreciação é devida a efeitos psicológicos ou a possibilidade dos bens se tornarem “limões”. Karpov (2008) cita, além dos fatores psicológicos, a possibilidade de perda de garantia do produto ou dificuldades na demanda de um bem recentemente saído da condição de novo.

De fato, é razoável considerar que a perda de condição de “novo” do bem acarrete uma depreciação superior à expectativa de depreciação normal do primeiro ano. Trata-se do próprio comportamento do consumidor, que prefere pagar um pouco mais por um produto “zero quilômetro” em relação a outro, recém-saído desta condição. Daí, para a comercialização deste bem, é necessário um desconto adicional.

Em um estudo que busca modelar a depreciação, o desconto a ser aplicado a título de depreciação inicial é bastante importante. O ideal seria efetuar uma comparação entre bens ainda em oferta no mercado “zero quilômetro” e bens novos, mas que tenham recentemente entrado no mercado de segunda mão. O cotejamento entre os preços de oferta (e se possível, de negociação) entre os mesmos daria uma estimativa bastante precisa da depreciação inicial.

Ocorre que tal processo é bastante difícil. É até relativamente fácil encontrar preços de bens ofertados no status de novo. Talvez seja um pouco mais difícil para equipamentos muito específicos, que sejam fabricados de acordo com projetos próprios. Mas ainda assim, fabricantes com experiência podem informar estimativas bastante confiáveis. Por outro lado, é extremamente raro encontrar, no mercado de usados, bens novos, com menos de um ano de uso, que conservem características de integridade e desempenho.

Na verdade, bens com menos de um ano de idade são vendidos, via de regra, em situação de ocorrência de sinistro, como salvado, ou recuperados, decorrendo que os mesmos não apresentam mais a integridade e desempenho originais, não se prestando, portanto, a comparação; ou em casos de insolvência do proprietário. Neste caso, também, a comparação fica prejudicada, pois o bem pode ser visto como limão (em uma empresa falimentar, é razoável esperar que a manutenção e conservação dos bens não seja realizada de forma satisfatória e/ou as condições de trabalho estejam fora do ideal).

A exceção é o mercado de automóveis, onde existem carros novos “zero quilômetro”, usualmente vendidos em concessionárias, carros novos “do ano” vendidos por revendedores e particulares, e carros usados. Neste caso, é possível obter amostras relativamente fartas, que permitem uma análise mais detalhada. Existem também fontes que publicam preços, tanto para automóveis em condição zero quilômetro, novos sem o status de zero quilômetro e usados. A mais conceituada é a tabela publicada pela FIPE<sup>6</sup>, que é referência para o mercado de seguros e de comercialização em segunda mão.

Entretanto, emerge a questão se é representativo a extrapolação de conclusões obtidas junto ao mercado de automóveis para outros bens. A priori, não é aconselhável, pois isto demandaria a hipótese de que os mercados para outros tipos de bens tem comportamento similar ao de automóveis. Não parece razoável considerar que mercados de bens como máquinas ferramentas, computadores, equipamentos de indústrias químicas, metalúrgicas e de alimentos, máquinas de construção, dentre outros se comportem de maneira sequer parecida com os

---

<sup>6</sup> Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas. A tabela pode ser encontrada no website [www.fipe.org.br](http://www.fipe.org.br).

automóveis. Não obstante, parece ainda a melhor forma de tratar a questão, pois como será visto, outras abordagens são ainda mais frágeis.

Karpov (2008) abordou esta questão, construindo um modelo hierárquico de atributos que geram a desvalorização quando um bem qualquer passa do mercado primário (de novos) para o secundário (segunda mão). É apresentado o exemplo de um bem genérico, cuja desvalorização é de 32%. No entanto, apesar de advindo de um modelo matemático, os valores são oriundos de notas subjetivas, atribuídas pelo analista, e que, conforme o ponto de vista podem gerar grandes variações para o mesmo bem.

Peacock e Brake (1970) estudaram o valor de tratores canadenses e chegaram à conclusão de que a depreciação inicial dos mesmos é de 34,6%. O trabalho é resultado de um modelo econométrico, oriundo de uma grande base de dados, e foi realizado com o fito de subsidiar cobrança de impostos e financiamentos para produtores rurais. No entanto, como pontos negativos, destaca-se (a) trata-se de um estudo específico para tratores, o que traz as mesmas limitações da hipótese de se estudar automóveis; (b) é válido para o mercado canadense, que tem suas peculiaridades em relação ao brasileiro e a outros e (c) foi feito em 1970, apropriado para as condições da época, mas não necessariamente válido para o atual momento econômico.

### **3.3 O Viés dos Dados Censurados**

A análise de preços de mercado de bens usados busca empregar generalidade a modelagem da depreciação. Entretanto, de acordo com Bell (1985), existe um problema que pode viesar a análise, que são dados censurados. Trata-se na verdade de bens que não sobreviveram o suficiente para serem incluídos na amostra.

Com efeito, as curvas de sobrevivência (vide, por exemplo, a curva de Iowa no item 2.3.6 deste artigo) mostram que, ao longo de sua vida útil, alguns bens, por mais novos que sejam, são retirados de operação, seja por defeitos de fabricação, acidentes, operação inadequado ou qualquer outro motivo. E neste caso, tais bens não puderam ser amostrados, viesando a análise.

Hulten e Wykoff (1981a) abordam este problema ponderando o efeito das retiradas. Em resumo, determina-se o preço médio de oferta de um bem para determinada idade, por exemplo, 15 anos, multiplicando-se pela probabilidade de sobrevivência destes bens. Para os bens amostrados, assume-se valor médio. Este valor ponderado é o valor médio para o bem com a idade de 15 anos.

Na determinação da probabilidade de sobrevivência, são utilizadas as curvas de Iowa, de acordo com as particularidades do bem.

Entretanto, não se deve perder de vista que o estudo de Hulten e Wykoff buscava determinar as variações da riqueza de uma nação, no caso os Estados Unidos, para determinar políticas de investimento e taxação sobre bens de capital. Neste caso, bens descontinuados afetavam o fluxo de riqueza.

Considerando a hipótese de Muth (1961), de que o mercado precifica todas as informações disponíveis, então o valor de oferta dos bens já considera o fato de alguns estarem “mortos”. Tendo em vista a hipótese de mercado eficiente e que o objeto deste trabalho é o estudo da forma funcional e da taxa de depreciação como função da idade, não há a necessidade de corrigir os valores observados.

## 4. MODELAGEM

### 4.1 Dados

Os dados para estudo foram obtidos de fontes diversas, especialmente sites de anúncio de equipamentos, sites de resultados de leilões e tabelas de preços que fossem consideradas como referência para o mercado.

Sempre que possível, buscou-se o maior número de dados disponíveis, com a máxima variação nas idades. Foram utilizados neste estudo apenas dados considerados confiáveis, ou seja, que refletiam corretamente o preço e as condições do bem.

Não foram feitas restrições relativas aos bens estudados. A partir do momento em que se contava com dados confiáveis e em número suficiente para análise, os mesmos eram considerados.

Foram adotados dados tanto de negócios realizados quanto de ofertas. No entanto, tomou-se o cuidado de não misturar as duas fontes. Para determinado bem, ou se adotava apenas dados de transações ou apenas de ofertas.

As fontes pesquisadas foram as seguintes:

- Tudo Plástico ([www.tudoplastico.com.br](http://www.tudoplastico.com.br)): equipamentos do mercado de plástico;
- Bresser Máquinas ([www.bressermaquinas.com.br](http://www.bressermaquinas.com.br)): equipamentos da área gráfica;
- A C Máquinas ([www.acmaquinas.com.br](http://www.acmaquinas.com.br)): equipamentos da área gráfica;
- Apolo Máquinas ([www.apolo.com.br](http://www.apolo.com.br)): equipamentos da área gráfica;
- B2B Graf ([www.b2bgraf.com.br](http://www.b2bgraf.com.br)): equipamentos da área gráfica;
- Roepa ([www.roepa.com](http://www.roepa.com)): equipamentos da área gráfica;
- RB Auctions ([www.rbaction.com](http://www.rbaction.com)): site de leilões de equipamentos diversos;
- Aircraft Blue Book Prices Digest ([www.aircraftbluebook.com](http://www.aircraftbluebook.com)): site de preços referenciais de aviões;
- FIPE – Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas ([www.fipe.org.br](http://www.fipe.org.br)): automóveis.

Para valores de novo dos equipamentos, foram contatados fabricantes, revendedores e sites especializados.

Os bens utilizados nesta análise foram os seguintes:

- Extrusoras de PP (polipropileno);
- Extrusoras de filme (polietileno);
- Injetoras de plástico;
- Impressoras flexográficas;
- Máquinas de construção: motoniveladora e motoescraper;
- Equipamentos de movimentação: Guindastes Terex e Grove e empilhadeiras;
- Impressoras off set Heidelberg;
- Automóveis: Gol City 1.0, Fox City, Toyota Corolla SE-G, Porsche Boxer, Mitsubishi Pajero TR4, Mercedes Benz C180 e Mercedes Benz Sprinter;
- Avião Cessna Citation CJ2/CJ2+.

## 4.2 Modelo Preliminar

Inicialmente, foi adotado o seguinte modelo geral:

$$V(t) = f(t, x_1, \dots, x_n) \quad (18)$$

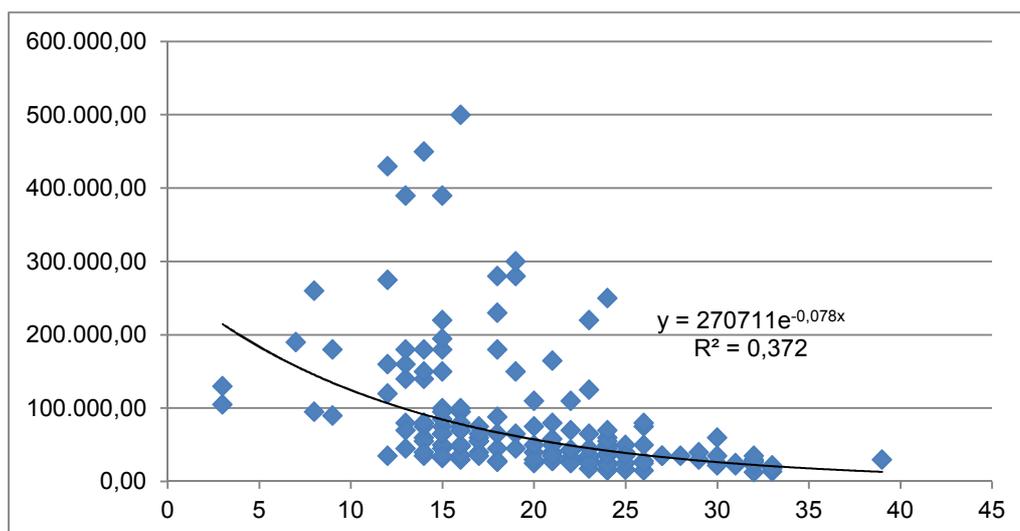
sendo

$V(t)$  = valor do bem;

$t$  = idade do bem;

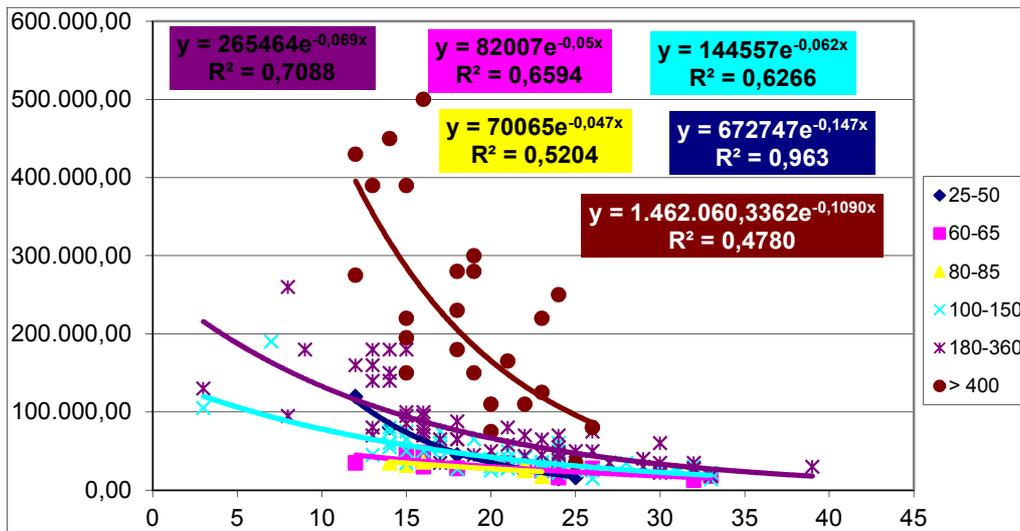
$x_1, \dots, x_n$  = atributos particulares de cada bem (capacidade, dimensões, potência, etc.).

Esta formulação se mostrou eficiente, onde era possível identificar padrões de depreciação ao longo do tempo. Entretanto, para alguns itens, com diferentes características próprias, a análise poderia ficar complexa e até inconclusiva. Tome-se, por exemplo, o caso das injetoras de plástico, com capacidades de fechamento variando de 25 ton até 900 ton. A seguir, o gráfico com todos os itens sem distinção, e a variação do valor com o tempo.



**Figura 6:** Gráfico Valor Injetora x Idade, sem distinção de capacidade

Essa dispersão se deve ao fato de existirem diversos modelos dentro da amostra. Quando a mesma é estratificada, conforme a capacidade, os padrões ficam bem mais claros.



**Figura 7:** Gráfico Valor Injetora x Idade, estratificado por capacidade

Para melhorar o padrão de dispersão e uniformizar a amostra, Kelly (2008) recomenda dividir o valor de cada bem pelo seu valor de novo, acarretando a seguinte transformação:

$$V^* = \frac{V(t)}{V_n} \quad (19)$$

sendo  $V_n$  = valor de novo.

Também com o intuito de melhorar a dispersão, bem como de generalizar as conclusões, foi feita outra transformação.

$$t^* = \frac{t}{n} \quad (20)$$

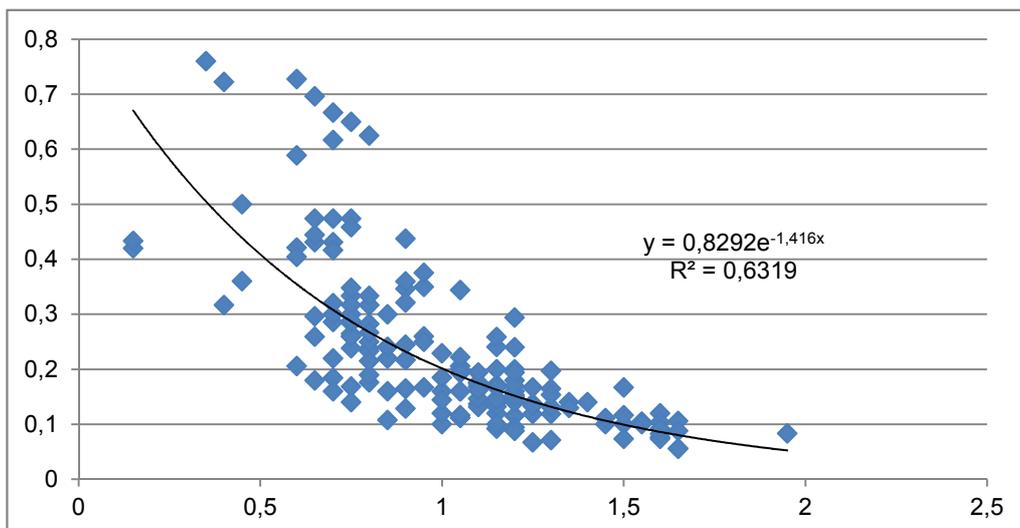
sendo  $t$  a idade do bem e  $n$  a vida útil, obtida junto ao **Estudo de Vidas Úteis para Máquinas e Equipamentos**, do IBAPE/SP (Gatto, 2007).

Com essa mudança, os dados da pesquisa ficam parametrizados, bem como são eliminadas as características particulares dos elementos componentes da amostra, pois as mesmas são englobadas pelo valor novo e pela vida útil dos bens.

Diante disso, o modelo assume a seguinte forma:

$$V^* = f(t^*) \quad (21)$$

O gráfico a seguir, com as variáveis transformadas para as injetoras mostra a melhora no ajuste.



**Figura 8:** Gráfico Valor Injetora x Idade, variáveis parametrizadas

### 4.3 Transformações

Modelos estatísticos para análise de dados, sobretudo aqueles que inferem relações entre variáveis, apresentam uma série de requisitos para a sua validade. De acordo com Box e Cox (1964), busca-se:

- (i) Simplicidade para a estrutura da variável dependente;
- (ii) Variância constante do erro;
- (iii) Distribuição normal;
- (iv) Independência das observações.

Um dos pontos destacados por Box e Cox, e bastante importante segundo Tukey (1949), é a aditividade dos termos independentes, ou seja, a ausência de interação entre eles.

Por outro lado, quando as hipóteses acima falham, especialmente a (i) e a (iii), pode ser necessária alguma transformação das variáveis. Segundo Bartlett (1947), transformação é uma mudança de escala nos dados estatísticos originais para que a validade da análise seja incrementada.

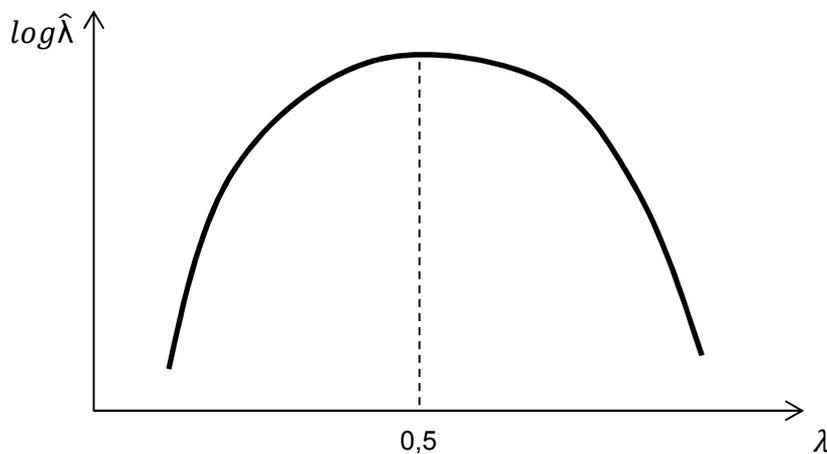
Box e Tidewell (1962) recomendam a transformação das variáveis independentes, de modo a preservar as propriedades estatísticas da variável dependente.

No entanto, Box e Cox (1964) propõem uma família de transformações da variável dependente ( $y$ ), com o objetivo de estabilizar a variância do erro, aproximar a distribuição da variável dependente a uma normal e melhorar a estrutura do modelo através da introdução da aditividade, muito embora, de acordo com Dantas (1999), não há comprovação que quaisquer tipo de transformação atinja estes objetivos, mesmo assintoticamente. Estas transformações são conhecidas por **Transformações de Box-Cox** e representam a alteração da escala original através de alguma transformação potência do tipo:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \log y & \lambda = 0 \end{cases} \quad (22)$$

A determinação do  $\lambda$  que melhor ajusta os dados é realizada através da estimativa de máxima verossimilhança ( $\hat{\lambda}$ ), que como pode ser visto em Box e Cox (1964), envolve expressões bastante complexas.

Uma forma alternativa, segundo Dantas (1999), é a análise do gráfico log verossimilhança em relação ao  $\lambda$ , sendo que se determina a transformação pelo valor daquele que maximiza (minimiza) o mesmo.



**Figura 9:** Gráfico log verossimilhança x  $\lambda$  (Dantas, 1999)

No gráfico acima, percebe-se que a função log verossimilhança é maximizada no ponto 0,5, sugerindo, para o conjunto de dados analisados, uma transformação raiz quadrada. Existem softwares estatísticos que realizam o cálculo do  $\hat{\lambda}$  máximo.

Utilizando a Transformação de Box-Cox, buscou-se determinar a forma funcional da depreciação para as famílias de bens pesquisados (item 4.1), assim como aproximar uma função para a depreciação em função do tempo ( $D(t)$ ). Este tipo de modelagem foi inicialmente proposto por Hulten e Wykoff (1981a).

#### 4.4 Depreciação Inicial

Para modelar a depreciação inicial, ou depreciação devido à perda de condição de novo, foi utilizada uma amostra de automóveis.

Foram selecionados modelos que possuíam, na Tabela FIPE, informações sobre o preço “zero quilômetro” e sobre o preço novo recém-saído da condição zero quilômetro (menos de um ano de uso).

A média do desconto foi adotada como depreciação inicial para o modelo em desenvolvimento.

## 4.5 Inflação

Os estudos de depreciação econômica consideram dados presentes e pretéritos para o cálculo da mesma, sendo um que considera puramente o efeito da idade no valor e outro que considera, também, o momento do evento (efeito conhecido como *vintage*), o que pode ser considerado o efeito da inflação. Portanto, a variação do valor, segundo Hulten e Wykoff (1981b), é dada pela seguinte expressão:

$$\underbrace{\frac{\dot{V}}{V}}_{\text{Variação do valor}} = \underbrace{\frac{\partial V}{\partial s} \frac{ds}{V}}_{\text{Efeito do período}} + \underbrace{\frac{\partial V}{dt} \frac{dt}{V}}_{\text{Efeito da idade}} \quad (23)$$

Na modelagem deste trabalho, de modo a evitar o efeito da inflação, foram pesquisados dados de mercado dentro de um intervalo máximo de seis meses.

A negligência deste efeito, considerando-se dados com prazo de tempo dilatado poderia viesar a análise, uma vez que a variação monetária poderia se equiparar a perda de valor por depreciação, tornando o estudo inconclusivo.

## 5. RESULTADOS

### 5.1 Aplicação das Transformações de Box-Cox

Para cada um dos bens pesquisados, utilizando o método de Box-Cox, foi determinada a transformação potência da variável dependente (valor) que apresentasse melhor aderência aos dados.

Observe-se, a seguir, a análise feita para aviões Cessna CJ2/CJ2+, incluindo os preço, idade, preço/valor novo (denominado valor específico), idade/vida útil (denominada idade específica), gráfico valor específico x idade específica e gráfico de Box-Cox para cálculo do  $\lambda$ .

ITEM	MODELO	PREÇO (US\$)	ANO	V/VN	T/N
1	CESSNA CITATION CJ2	2.725.000,00	2001	0,386854	0,55
2	CESSNA CITATION CJ2	2.750.000,00	2002	0,390403	0,5
3	CESSNA CITATION CJ2	2.795.000,00	2001	0,396792	0,55
4	CESSNA CITATION CJ2	2.795.000,00	2002	0,396792	0,5
5	CESSNA CITATION CJ2	2.950.000,00	2001	0,418796	0,55
6	CESSNA CITATION CJ2	2.995.000,00	2001	0,425185	0,55
7	CESSNA CITATION CJ2	3.350.000,00	2002	0,475582	0,5
8	CESSNA CITATION CJ2	3.400.000,00	2002	0,48268	0,5
9	CESSNA CITATION CJ2	3.450.000,00	2004	0,489779	0,4
10	CESSNA CITATION CJ2	3.450.000,00	2002	0,489779	0,5
11	CESSNA CITATION CJ2	3.499.000,00	2003	0,496735	0,45
12	CESSNA CITATION CJ2	3.595.000,00	2002	0,510363	0,5
13	CESSNA CITATION CJ2	3.595.000,00	2003	0,510363	0,45
14	CESSNA CITATION CJ2	3.595.000,00	2004	0,510363	0,4
15	CESSNA CITATION CJ2	3.695.000,00	2002	0,52456	0,5
16	CESSNA CITATION CJ2	3.750.000,00	2001	0,532368	0,55
17	CESSNA CITATION CJ2	3.950.000,00	2002	0,560761	0,5
18	CESSNA CITATION CJ2	3.950.000,00	2003	0,560761	0,45
19	CESSNA CITATION CJ2	3.951.542,00	2002	0,56098	0,5
20	CESSNA CITATION CJ2	3.995.000,00	2003	0,567149	0,45
21	CESSNA CITATION CJ2	4.175.000,00	2003	0,592703	0,45
22	CESSNA CITATION CJ2	4.200.000,00	2006	0,596252	0,3
23	CESSNA CITATION CJ2	4.300.000,00	2005	0,610449	0,35
24	CESSNA CITATION CJ2	4.350.000,00	2003	0,617547	0,45
25	CESSNA CITATION CJ2	4.600.000,00	2003	0,653038	0,45
26	CESSNA CITATION CJ2	3.845.653,75	2002	0,545947	0,5
27	CESSNA CITATION CJ2+	4.500.000,00	2006	0,638842	0,3
28	CESSNA CITATION CJ2+	4.595.000,00	2008	0,652328	0,2
29	CESSNA CITATION CJ2+	4.750.000,00	2007	0,674333	0,25
30	CESSNA CITATION CJ2+	4.900.000,00	2007	0,695627	0,25
31	CESSNA CITATION CJ2+	4.995.000,00	2007	0,709114	0,25
32	CESSNA CITATION CJ2+	5.000.000,00	2008	0,709824	0,2
33	CESSNA CITATION CJ2+	5.000.000,00	2007	0,709824	0,25
34	CESSNA CITATION CJ2+	5.750.000,00	2008	0,816298	0,2
35	CESSNA CITATION CJ2+	5.900.000,00	2008	0,837592	0,2

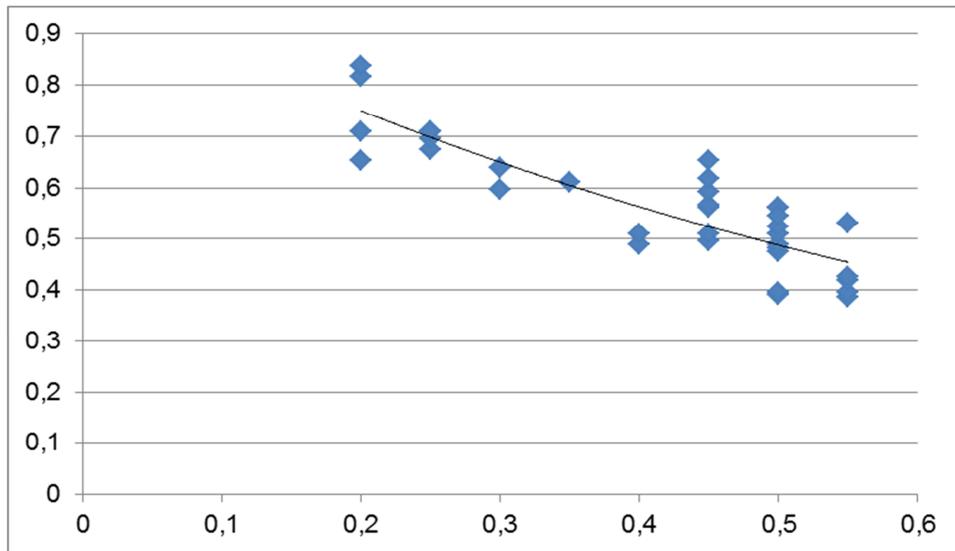
**Quadro 3 – Dados de aviões Cessna CJ2/CJ2+ pesquisados**

A determinação do  $\lambda$  que melhor satisfaz a curva se dá através da seguinte troca de variáveis:

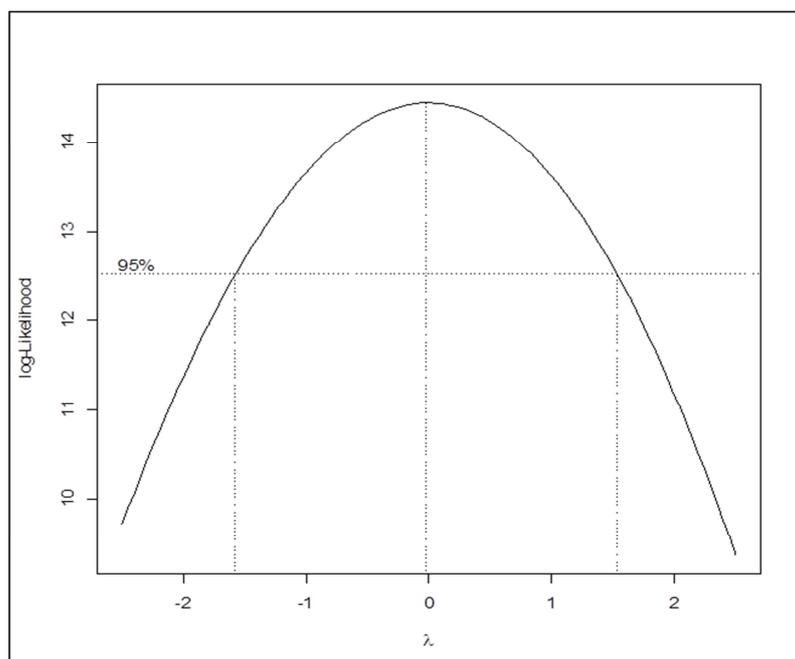
$$V^* = V_0^* - kt^* \quad (24)$$

para

$$\frac{V^{*\lambda} - 1}{\lambda} = V_0^* - kt^* \quad (25)$$



**Figura 10:** Gráfico Valor Específico x Idade Específica para aviões Cessna CJ2/CJ2+ pesquisados



**Figura 11:** Gráfico Log Máxima Verossimilhança x  $\lambda$

Como pode ser observado, o valor de  $\lambda$  que maximiza o logaritmo da máxima verossimilhança é igual a zero. Portanto, a transformação recomendada para o valor específico de aviões Cessna CJ2/CJ2+ é a logarítmica, ou seja:

$$\log(V^*) = V_0^* - kt^* \quad (26)$$

sendo  $V_0^*$  o valor específico do bem no instante  $t = 0$  e  $k$  uma constante.

De (24), decorre que:

$$V^* = V_0^* e^{-kt^*} \quad (27)$$

Portanto, para aviões Cessna, emerge o modelo de depreciação geométrica, com as seguintes características:

- Depreciação constante, em termos de percentagem, ao longo da vida;
- Padrão convexo da curva de depreciação;
- Maior depreciação, em termos absolutos, no início da vida do bem.

O mesmo processo foi efetuado para os demais bens pesquisados neste trabalho, tendo resultado nos seguintes  $\lambda$ 's, apresentados na tabela.

BEM	LAMBDA
EXTRUSORA FILME	-0,4798
EXTRUSORA PP	-0,3283
IMPRESSORA FLEXOGRÁFICA	0,0000
INJETORA DE PLÁSTICO	0,0000
GUINDASTES	0,0000
MOTOSCRAPER CATERPILLAR 623B	0,0000
AVIÃO CESSNA CJ2	0,0000
MOTONIVELADORA CATERPILLAR 140	0,0000
IMPRESSORA OFF SET HEIDELBERG	0,4293
EMPILHADEIRA HYSTER	0,5303
AUTOMÓVEIS	0,6818

**Quadro 4 –  $\lambda$ 's da transformação de Box-Cox**

Indicando assim, a prevalência de coeficientes  $\lambda = 0$ , ou seja, resultando na forma geométrica da depreciação.

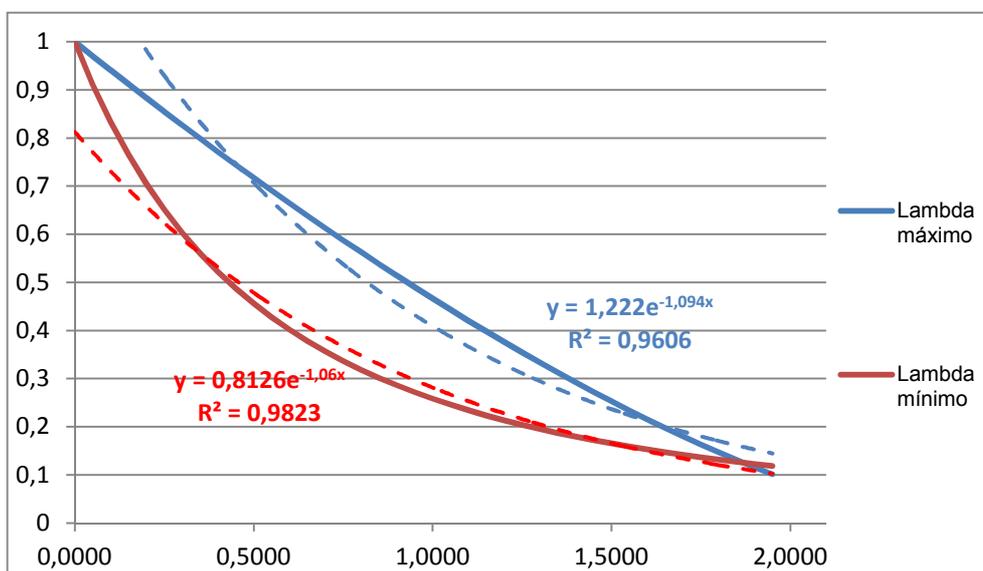
Ainda da tabela em evidência, foram obtidas as seguintes estatísticas:

MÉDIA	0,0758
MODA	0,0000
MEDIANA	0,0000
DESVIO PADRÃO	0,3472
INT. CONFIANÇA	0,2332
LIM. SUPERIOR PARA $\lambda$	0,3090
LIM. INFERIOR PARA $\lambda$	-0,1575

**Quadro 5 – Estatísticas para  $\lambda$ 's calculados**

O quadro acima indica que, dentro da amostra de equipamentos estudada, há uma forte tendência da depreciação seguir um padrão geométrico, pois a média dos  $\lambda$ 's é próxima de zero e a moda e a mediana dos mesmos **são iguais a zero**, implicando portanto na transformação logarítmica da variável dependente (valor específico) e, conseqüentemente, na exponencial da independente (idade específica).

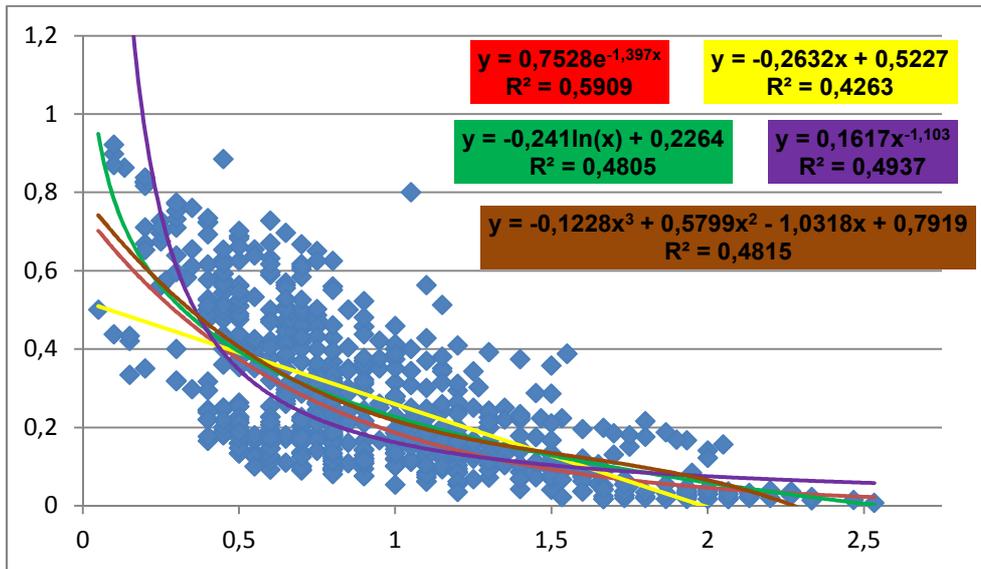
Apesar de alguns  $\lambda$ 's terem diferenças, até significativas, de zero, próximos de uma transformação raiz quadrada (para o caso das empilhadeiras), ou linear (caso dos automóveis), a generalização da depreciação pelo padrão geométrico, seguindo uma lei exponencial, é razoável, considerando os  $\lambda$ 's extremos da amostra (-0,4798 e 0,6818), conforme o gráfico a seguir mostra.



**Figura 12:** Estimativa da forma de depreciação com  $\lambda$ 's extremos da amostra

Além das formas serem parecidas a um padrão geométrico, é possível aproximar uma função exponencial para cada um dos limites, com elevada correlação.

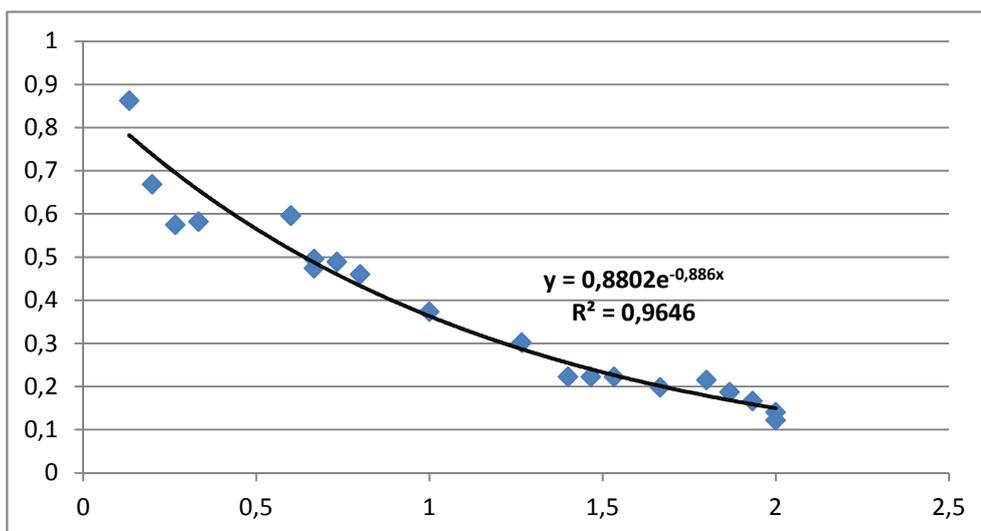
Outra forte evidência, para o caso do presente estudo, que dá suporte a hipótese da depreciação seguindo padrão geométrico, é de que, ao plotar num mesmo gráfico os valores específicos ( $V^*$ ) contra as idades específicas ( $t^*$ ) de todos os bens, e aproximando-se diversas curvas, o padrão geométrico é o que apresenta melhor ajuste, conforme pode ser observado no gráfico a seguir.



**Figura 13:** Gráfico de  $V^* \times t^*$  para todos os bens, com respectivas funções de ajuste

## 5.2 Modelo Preliminar

Partindo deste resultado, para cada um dos bens analisados, aproximou-se uma relação de depreciação exponencial, utilizando o método dos mínimos quadrados ordinários. Aproveitaram-se os recursos do Microsoft Excel, ajustando linhas de tendências. Como exemplo, segue a curva ajustada para a Motoniveladora Caterpillar 140, e sua respectiva equação exponencial de depreciação.



**Figura 14:** Ajuste de depreciação na forma exponencial para motoniveladora Caterpillar 140

Com a curva ajustada, foi possível determinar o coeficiente de depreciação anual (CDA) para cada um dos bens analisados neste trabalho.

A tabela a seguir indica o cálculo para cada um dos bens, assim como as estatísticas obtidas da amostra.

<b>BEM</b>	<b>CDA</b>
EXTRUSORA FILME	0,9616
EXTRUSORA PP	0,9297
IMPRESSORA FLEXOGRÁFICA	0,9708
INJETORA DE PLÁSTICO	0,9316
GUINDASTES	0,9517
MOTOSCRAPER CATERPILLAR 623B	0,9393
AVIÃO CESSNA CJ2	0,9310
MOTONVELADORA CATERPILLAR 140	0,9426
IMPRESSORA OFF SET HEIDELBERG	0,9632
EMPILHADEIRA HYSTER	0,9386
AUTOMÓVEIS	0,9086
<b>MÉDIA</b>	<b>0,9426</b>
<b>DESVIO PADRÃO</b>	<b>0,0181</b>
<b>INT. CONFIANÇA</b>	<b>0,0093</b>

**Quadro 6 – CDAs para diversos bens da análise, com estatísticas**

De acordo com a tabela acima, o coeficiente de depreciação anual médio para a amostra observada é de 0,9426. Ou seja, a depreciação anual média destes bens é de 5,74%.

Não foram notadas diferenças significativas nos padrões de depreciação para bens com diferentes vidas úteis, quando se considerava a depreciação contada pela idade específica (idade dividida pela vida útil), não sendo necessário, portanto, o ajuste para esta variável.

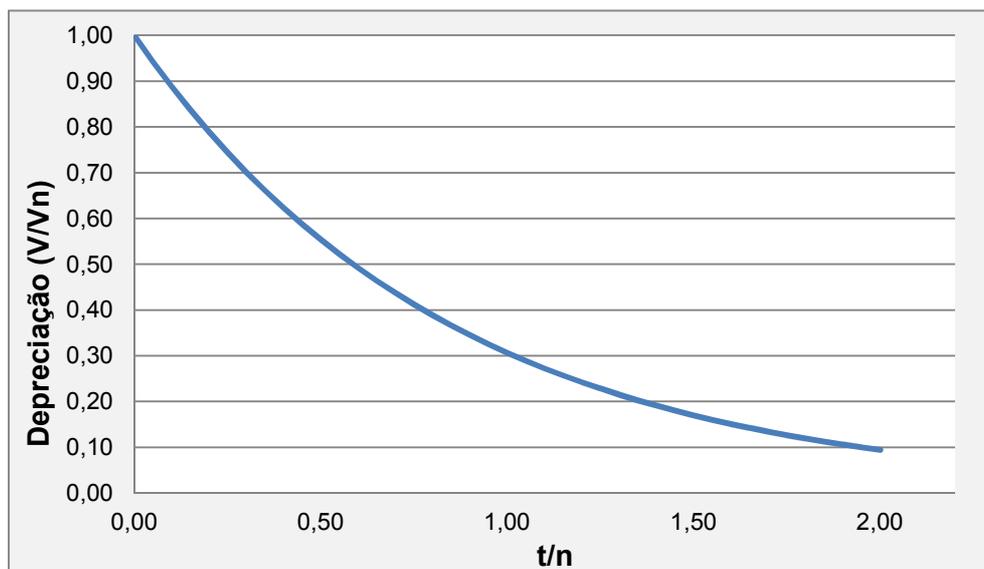
A depreciação seguindo este padrão levou ao seguinte modelo matemático.

$$\frac{V}{V_n} = e^{-1,1823 \frac{t}{n}} \quad (28)$$

sendo

V = valor atual do bem;  
 V<sub>n</sub> = valor de novo do bem;  
 t = idade do bem;  
 n = vida útil do bem.

O modelo matemático graficamente se apresenta assim:



**Figura 15:** Gráfico de depreciação do modelo preliminar

O modelo apresentado tem a forma característica da depreciação econômica calculada através de dados de mercado. O uso das variáveis valor específico e idade específica dá ao mesmo a generalidade necessária para o uso em diversas aplicações.

Entretanto, o modelo em questão não considera a depreciação inicial, condição observada na prática.

### 5.3 Ajuste da Depreciação Inicial

Para análise da depreciação inicial, conforme já exemplificado no item 3.2, conduziu-se uma pesquisa no mercado de automóveis, buscando determinar a perda de valor a partir do momento que o bem sai do status de novo e passa a ser considerado bem de segunda mão.

Nesta análise, através do uso da Tabela FIPE, buscou-se o preço de carros zero quilômetro, comparando com o valor dos mesmos modelo, “do ano”, mas no mercado de segunda mão.

Cabe salientar que os automóveis de segunda mão podem conter alguma depreciação física e/ou obsolescência, uma vez que a pesquisa levada a termo pela FIPE considera carros no mercado com idade variando entre 0 e 12 meses.

Para facilitar as análises, entretanto, considerou-se ausência de depreciação física para os mesmos e adotou-se a hipótese de que toda a perda de valor constatada é oriunda da depreciação econômica.

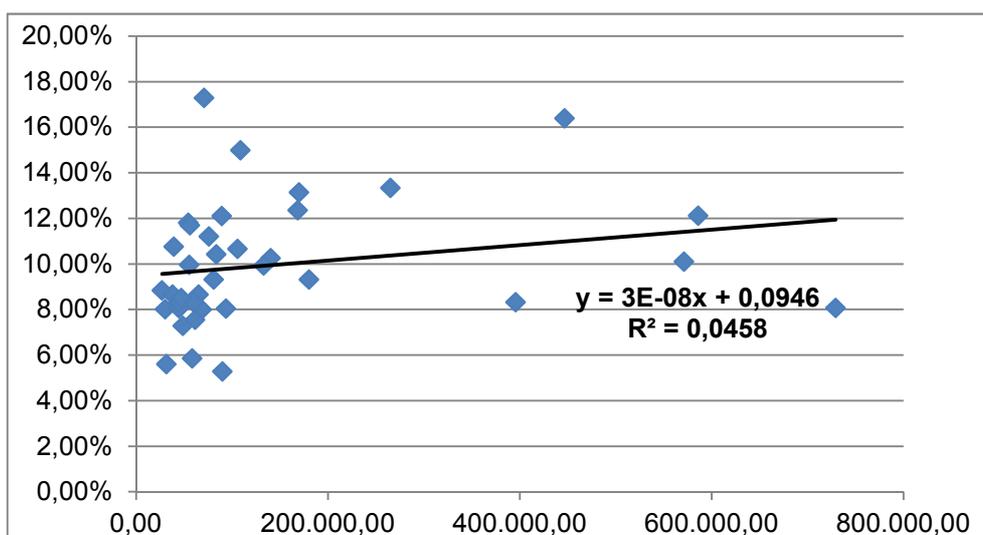
A tabela a seguir mostra os elementos pesquisados, bem como as estatísticas efetuadas.

MODELO	VALOR 0 KM	VALOR "DO ANO" SEGUNDA MÃO	DEPRECIÇÃO INICIAL
Audi A3 Sportback	140.516,00	126.113,00	10,25%
BMW 335i	265.503,00	230.106,00	13,33%
Chrysler 300C	170.134,00	147.774,00	13,14%
Citroen C4 Pallas	65.294,00	59.645,00	8,65%
Dodge Ram 2500	133.183,00	119.963,00	9,93%
Fiat Doblo HLX	55.532,00	50.001,00	9,96%
Fiat Linea T-JET	68.741,00	63.240,00	8,00%
Fiat Palio 1.0	27.242,00	24.834,00	8,84%
Ford Courier XL	38.233,00	34.925,00	8,65%
Ford Ecosport XLT	54.510,00	48.074,00	11,81%
Ford Fiesta Trail	39.409,00	35.172,00	10,75%
Ford Fusion SEL	83.921,00	75.176,00	10,42%
GM Meriva SS	48.922,00	45.360,00	7,28%
GM Prisma Sedan	30.396,00	27.960,00	8,01%
GM S10 Avant	60.012,00	55.020,00	8,32%
GM Vectra GTX	61.698,00	57.040,00	7,55%
GM Zafira Express	58.795,00	55.350,00	5,86%
Honda Civic Sedan SI	93.966,00	86.411,00	8,04%
Jaguar XJ Super	447.030,00	373.733,00	16,40%
Jeep Wrangler Sport	108.928,00	92.594,00	15,00%
Kia Sportage EX	89.466,00	78.640,00	12,10%
Maseratti Quattroporte	729.300,00	670.495,00	8,06%
Mercedes CL 500	586.181,00	515.126,00	12,12%
Mitsubishi L200 Triton	106.045,00	94.744,00	10,66%
Mitsubishi Pajero Full	180.594,00	163.761,00	9,32%
Nissan Sentra SL	71.192,00	58.882,00	17,29%
Peugeot 207 XS	44.779,00	41.174,00	8,05%
Porsche 911 Carrera	571.300,00	513.598,00	10,10%
Porsche Cayene GTS	395.795,00	362.855,00	8,32%
Toyota Corolla SE-G	81.241,00	73.674,00	9,31%
Toyota Hilux CS D4	75.934,00	67.429,00	11,20%
Volvo V70XC	168.800,00	147.936,00	12,36%
VW Bora 2.0	56.214,00	49.637,00	11,70%
VW Crossfox	44.515,00	40.812,00	8,32%
Gol Mil Flex	31.941,00	30.153,00	5,60%
VW Polo Bluemotion	47.077,00	43.076,00	8,50%
VW Jetta Variant	90.029,00	85.275,00	5,28%
<b>MÉDIA</b>			<b>9,96%</b>
<b>DESVIO PADRÃO</b>			<b>2,75%</b>

**Quadro 7 – Estimativa da depreciação inicial**

Como pode se inferir da tabela, a média para a depreciação inicial no mercado de automóveis é de 10%.

Uma hipótese levantada é de que a depreciação inicial seria dependente do preço do bem. Intuitivamente, acreditava-se que automóveis de maiores valores tivessem depreciação inicial mais acentuada. Muito embora isso tenha sido constatado em alguns casos pontuais, a análise estatística não revelou nenhuma evidência neste sentido, como mostra o gráfico a seguir (Depreciação inicial x valor), onde nota-se a inexistência de correlação.



**Figura 16:** Gráfico depreciação inicial x valor

Portanto, foi adotado o valor para a depreciação inicial de 10%, independente do bem avaliado.

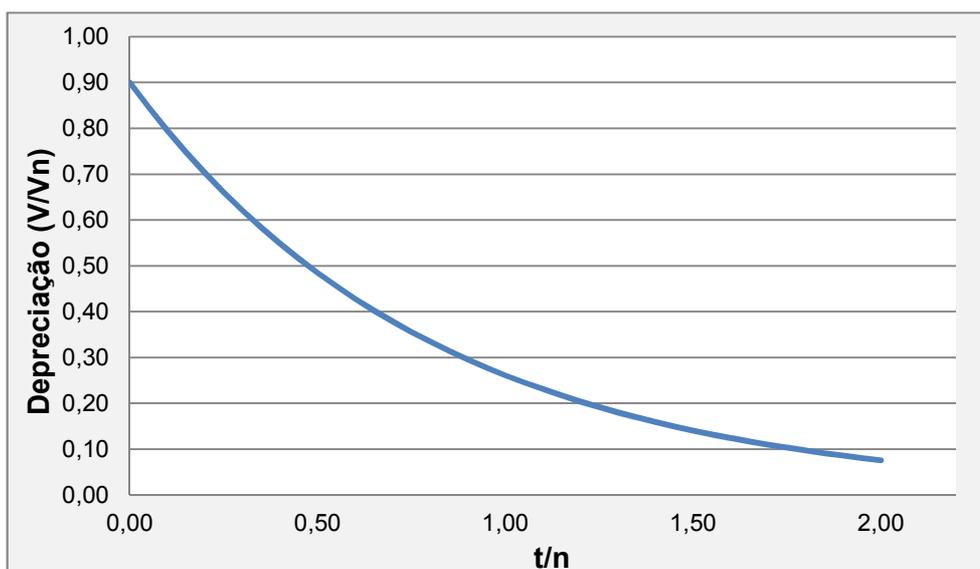
#### 5.4 Modelo Ajustado

Através da aplicação da depreciação inicial aos dados, foi obtido o novo modelo de depreciação de bens.

$$\frac{V}{V_n} = 0,9 e^{-1,2375 \frac{t}{n}} \quad (29)$$

Também foi feito o arredondamento do coeficiente de depreciação anual, de 0,9426 para 0,94.

O modelo matemático graficamente se apresenta assim:



**Figura 17:** Gráfico de depreciação do modelo ajustado

### 5.5 Considerações, Limitações e Comparação com Outros Métodos

Não é objetivo deste artigo propor a “Pedra de Roseta”<sup>7</sup> da depreciação. O que se buscava era extrair informações de mercado que justificassem padrões de depreciação. E neste ponto, o estudo logrou êxito.

Por outro lado, a primeira questão que emerge é: Pode um método baseado no estudo de 11 grupos de equipamentos ser aplicado a todos os outros grupos? A resposta, a princípio, é não.

Todavia, o emprego de métodos de depreciação se dá quando, efetivamente, não existem dados de mercado suficientes para o emprego do método comparativo direto, na avaliação de determinado bem.

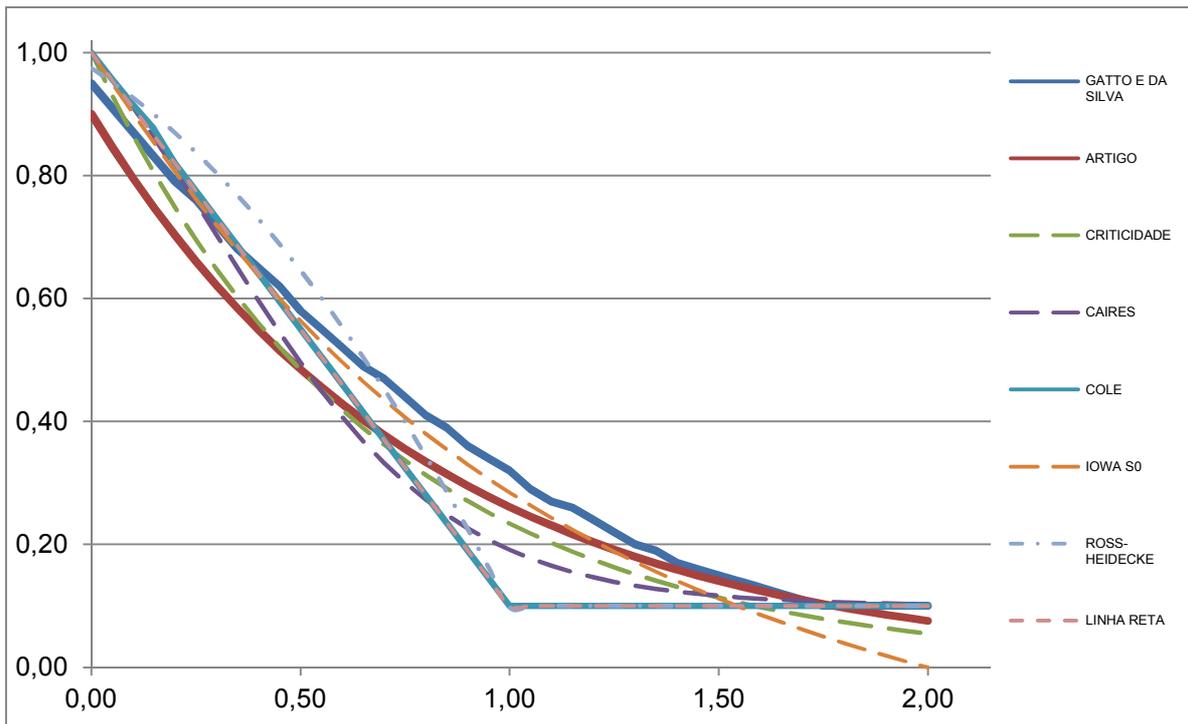
Diante disso, parece conveniente utilizar um método de depreciação que tenha extraído seus princípios de dados efetivos de mercado, ainda que de uma amostra bastante limitada quando se considera a extensão do mesmo, quando comparado a curvas teóricas que não tiveram seu comportamento avaliado junto ao mercado.

Como consequência, a utilização deste estudo para bens, outros que não tenham sido usados na elaboração do mesmo, é justificável e conveniente, desde que não existam estudos específicos, com propostas mais aderentes.

Na verdade, não existe o método de depreciação perfeito, aplicável a qualquer categoria de bem, resultando em valores coerentes com o mercado. O que existem são vários métodos de depreciação, alguns muito bons, outros nem tanto, mas que tem suas virtudes e seus defeitos. Cabe ao avaliador pesar os prós e os contras de cada um deles.

Neste âmbito, apresenta-se a seguir um gráfico com a comparação dos métodos mais utilizados, comparativamente com os novos critérios propostos, o deste artigo e o do IBAPE, elaborado por Gatto e da Silva (2013).

<sup>7</sup> Bloco de granito encontrado no Egito, em 1799, que foi fundamental para a tradução dos hieróglifos egípcios, feita por Jean François Champollion, em 1825.



**Figura 18:** Gráfico comparativo de modelos de depreciação

Para emprego dos métodos, foram adotadas as seguintes hipóteses:

- Criticidade: foi adotado o índice de criticidade  $C = 7$  (Benvenho, 2009);
- Caires: Fatores trabalho  $\tau = 10$  e manutenção  $\mu = 10$ , implicando classificação normal para ambos, valor residual de 10% do valor novo;
- Cole: Valor residual de 10% do valor novo (0,10);
- Ross-Heidecke: Estado bom (c), valor residual de 10% do valor novo;
- Linha reta: Valor residual de 10% do valor novo.

Como pode ser observado, todos os métodos apresentam padrões de depreciação muito similares, quantitativa e qualitativamente. Ross-Heidecke é o único que diverge quanto a forma funcional, apresentando um padrão côncavo. Por outro lado, ele tem o mérito de, como a curva deste artigo e o método proposto pelo IBAPE, apresentar depreciação inicial, situação observada na prática, mas negligenciada pela maioria dos métodos de depreciação.

## 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Um ponto fundamental observado nos estudos em questão diz respeito a forma funcional da função depreciação. Em todos os itens analisados, independente da melhor transformação proposta pelo Método de Box-Cox, percebe-se um perfil de preço x idade do tipo convexo, o que acarreta uma maior perda de valor nos primeiros anos, para uma posterior redução, em termos absolutos, da depreciação, com tendência assintótica de estabilização.

Decorrente das análises estatísticas pelas transformações de Box-Cox, para os grupos de bens estudados, a aproximação da depreciação por uma função exponencial implica em uma boa modelagem da mesma. Com efeito, de onze grupos estudados, em seis a transformação exponencial da variável idade foi a recomendada. E nos cinco grupos restantes, mostrou-se (vide Figura 12) que as transformações extremas podem ser aproximadas por funções exponenciais com boa precisão.

Com relação ao modelo quantitativo derivado deste estudo (vide equação 27 e figura 16), o mesmo é excelente estimador para valores depreciados dos grupos incluídos neste estudo. Por outro lado, é discutível a extensão do modelo para categorias de bens que não foram estudadas.

Entretanto, não se deve perder de vista que a não inclusão de outros grupos no estudo se deve ao fato da ausência de dados de mercado em número suficiente para proceder a uma análise robusta. Na verdade, a ausência de dados de mercado em número suficiente para o emprego do método comparativo direto é o principal motivo para o emprego dos diversos métodos de depreciação existentes.

Neste contexto, considerando que o modelo proposto capta o comportamento da variação de preços dos bens estudados, inferido junto ao mercado, é razoável expandir a hipótese para outros bens, os quais não é possível obter uma massa de dados de mercado suficiente para análise.

Corroborando esta hipótese, Hulten e Wykoff (1981a) efetuaram análise estatística para oito tipos de bens e, a partir da vida útil dos bens analisados e dos outros grupos, generalizaram sua conclusão sobre depreciação para mais de vinte tipos diferentes de bens, de veículos a construções civis.

Outro ponto que reforça a conclusão pela generalização dos resultados do modelo proposto é que os resultados obtidos são bastante próximos a métodos de depreciação já consagrados, bem como o novo método apresentado por Gatto e Da Silva (2013).

A objeção citada no item 2.4, levantada por Penson Jr., Hughes e Nelson (1977), de que a perda de capacidade de bens produtivos não é compatível com o padrão geométrico de depreciação é coerente, uma vez que o declínio funcional nos anos iniciais não justifica, em termos absolutos, a acentuada perda de valor. No entanto, esta elevada perda de valor é fruto de outros elementos, além da perda de capacidade. Um deles é a depreciação inicial, já discutida neste trabalho.

Outro é a percepção de risco por eventuais compradores, pois bens novos geralmente não são negociados no mercado, o que pode levar a uma impressão, não necessariamente correta, de os mesmos serem “limões” ou, ao menos, de um maior risco associado a tais bens. Uma vez que o ser humano é avesso a perdas, de acordo com Kahneman e Tversky (1979), é natural que um maior desconto sobre um bem mais novo seja exigido em sua negociação, de modo que o comprador se sinta “seguro” na aquisição, ou, em outras palavras, que parte do risco assumida na compra do bem esteja mitigada.

O modelo proposto é válido para bens cuja força de depreciação predominante seja o desgaste físico, obviamente podendo sofrer parcelas de obsolescência funcional e econômica. Já para bens cujo modo dominante de depreciação seja a obsolescência, é preferível empregar modelos específicos ou analisar a adequação do mesmo ao bem avaliando.

Outro ponto a ser destacado é que o modelo ora proposto é válido no cálculo da depreciação de bens em estado de conservação condizente com sua idade, bem como submetidos a cargas de trabalho e manutenções médias ou levemente superiores/inferiores. Para bens diferentes destas condições, ajustes pelo Método de Ross-Heidecke ou Caires podem ser necessários.

Além disso, há bastante espaço para pesquisas em relação ao método proposto. Por exemplo, o uso de outros grupos de bens em que seja possível obter informações de mercado e a expansão da base de dados dos grupos já analisados, na questão da pesquisa, ou o uso de transformações diferentes da Box-Cox, tais como Box-Tidewell ou Tukey, ou o uso de modelos de preços hedônicos, quanto a metodologia.

Uma interessante aplicação seria o estudo de depreciação de benfeitorias civis com base em dados de mercado, nos moldes de Hulten e Wykoff (1981b). Um dos pontos interessantes deste eventual estudo seria a análise da forma funcional da depreciação das mesmas, uma vez que o método de depreciação mais empregado é o de Ross-Heidecke (Gatto e Da Silva, 2013), que apresenta um padrão côncavo.

Finalmente, destaca-se que há uma óbvia tendência metodológica, nos estudos de depreciação, da utilização de dados de mercado, seja para efetuar comparações entre os métodos clássicos, como Benvenho (2009), implementar métodos já existentes, como Oliveira (2003) e Sabino (2012), ou para inferir novas curvas, tais como Gatto e Da Silva (2013) e este artigo.

## 7. BIBLIOGRAFIA

Ackerman, Susan R. *Used cars as depreciating assets*. **Western Economic Journal**. Vol. 11, 1973, pp. 463-474;

Akerlof, George. *The market for "lemons": quality uncertainty and the market mechanism*. **The Quarterly Journal of Economics**. Vol. 84, No. 3, 1970, pp. 488-500;

Aleksandrov, Aleksandr D., Kolmogorov, Andrei N. e Lavrent'ev, Mikhail A. **Mathematics. Its Content, Methods and Meaning**. Cambridge, MA; The M.I.T. Press, 1969;

Barbosa, João C. A. e Zeni, André M. *Avaliação industriais. Novos rumos in V Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, 1995*. **Anais...** Florianópolis, SC: IBAPE/SC, 1995, p. 173-195;

Barreca, Stephen. *Modeling the life cycle of multiple forces of depreciation including technological obsolescence in 40<sup>th</sup> Annual Wichita Workshop Appraisal for Ad Valorem Taxation of Communications, Energy and Transportations Property, 2010*, Wichita, pp. 248-294;

Bartlett, Maurice S. *The use of transformations*. **Biometrics**. Vol. 3, 1947, pp. 39-57;

Beidleman, Carl R. *Economic depreciation in a capital goods industry*. **National Tax Journal**. Vol. 29, No. 4, 1976, pp. 379-390;

Bell, Paul K. *The estimation of economic depreciation for Canadian farm machinery*. Dissertação (mestrado). Vancouver, CA: University of British Columbia, 1985;

Benvenho, Agnaldo C. *Métodos de depreciação e valor de mercado para equipamentos, análise comparativa com técnicas estatísticas in XV Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, São Paulo, SP, 2009*;

Box, George E. P. e Cox, David R. *An analysis of transformation*. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series B26, No. 2, 1964, pp. 211-243;

Box, George E. P. e Tidewell, Paul W. *Transformation of independent variables*. **Technometrics**. Vol. 4, No. 4, 1962, pp. 531-550;

Budhbhatti, Kirit. **Valuation of Plant and Machinery**. Gujarat: Kirit Budhbhatti, 2002;

Cagan, Philip. *Measuring quality changes and the purchasing power of the money: an exploratory study of automobiles in Griliches, Zvi*. **Price Indexes and Quality Change**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1971;

Caires, Hélio R. R. **Novos Tratamentos Matemáticos em Temas de Engenharia de Avaliações**. São Paulo, SP: Editora PINI, 1978;

Cockburn, Iain e Frank, Murray. *Market conditions and retirement of physical capital: evidence from oil tankers*. NBER Working Paper Series, working paper No. 4194. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research, 1992;

Dantas, Rubens A. **Engenharia de Avaliações. Uma Introdução a Metodologia Científica**. São Paulo, SP: Editora PINI, 1999;

Ellsworth, Richard K. *Survivor curves and equipment life expectancy*. **The Journal of the International Machinery & Technical Specialties Committee of the American Society of Appraisers**. Vol. 25, No. 1, 2008, pp. 20-27;

Feldstein, Martin S. e Rotschild, Michael. *Towards an economic theory of investment and replacement*. **Econometrica**. Vol. 42, No. 3, 1974, pp. 393-423;

Ferraro, Aldo M. P. *Depreciação de equipamentos* in V Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, 1995. **Anais...** Florianópolis, SC: IBAPE/SC, 1995. p. 285-287

Fraumeni, Barbara M. *The measurement of depreciation in U.S. national income and product accounts*. **Survey of Current Business**, Julho, 1997;

Gatto, Osório A. *Avaliação de máquinas e equipamentos* in Alonso, Nelson R. P. (organizador). **Engenharia de Avaliações**. São Paulo, SP: Editora Pini, 2007;

Gatto, Osório A. e Da Silva, Marcos A. **Novos Conceitos de Depreciação para Máquinas e Equipamentos**. São Paulo, SP: IBAPE, 2013;

Fillinger, Victor C. *Curso básico intensivo de engenharia de avaliações. Indústrias, instalações industriais, máquinas e equipamentos* in I Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações, 1974, São Paulo. **Anais...** São Paulo, SP: Editora Pini, 1978. p. 132-143;

Fisher, Jeffrey D., Smith, Brent C., Stern, Jerrold J e Webb, R. Brian. *Analysis of economic depreciation for multi-family property*. **Journal of Real Estate Research**. Vol. 27, No. 4, 2005, pp. 355-369;

Hall, Robert C. *The measurement of quality change from vintage price data* in Griliches, Zvi. **Price Indexes and Quality Change**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1971;

Hotelling, Harold. *A general mathematical theory of depreciation*. **Journal of the American Statistical Society**. Vol. 20, No. 151, 1925, pp. 340-353;

Hulten, Charles R. e Wykoff, Frank C. *The measurement of economic depreciation* in Hulten, Charles R. **Depreciation, Inflation and Taxation of Income from Capital**. Washington, DC: Urban Institute Press, 1981(a);

Hulten, Charles R. e Wykoff, Frank C. *The estimation of economic depreciation using vintage asset prices. An application of Box-Cox power transformation.* **Journal of Econometrics.** Vol. 15, No. 3, 1981(b), pp. 367-396;

Hulten, Charles R., Robertson, James W. e Wykoff, Frank C. *Energy, obsolescence and the productivity slowdown* in Jorgenson, Dale W. e Landau, Ralph. **Technology and Capital Formation.** Cambridge, MA: The MIT Press, 1989;

Jorgenson, Dale W. *Empirical studies of depreciation.* **Economic Inquiry.** Vol. 34, No. 1, 1996, pp. 24-42;

Kahneman, Daniel e Tversky, Amos. *Prospect theory: an analysis of decision under risk.* **Econometrica.** Vol. 47, No. 2, 1979, pp. 263-292

Karpov, Roman. *External obsolescence. Value change factor of industrial personal property entering secondary market.* **The Journal of the International Machinery & Technical Specialties Committee of the American Society of Appraisers.** Vol. 25, No. 1, 2008, pp. 40-44;

Kelly, Douglas B. *Forecasting aircraft values: an appraiser's perspective.* **Airfinance Annual,** 2008;

Lee, Bun S. *Measurement of capital depreciation within the Japanese fishing fleet.* **Review of Economic and Statistics.** Vol. 60, No. 2, 1978, pp. 225-237;

Marston, Anson; Winfrey, Robley e Hempstead, Jean C. **Engineering Valuation and Depreciation.** Ames, Iowa: Iowa State University Press, 1963;

Monchy, François. **A Função Manutenção.** São Paulo, SP: Editora Durban, 1989;

Muth, John. *Rational expectations and the theory of prices movement.* **Econometrica.** Vol. 29, No. 3, 1961, pp. 315-335;

NARUC (National Association of Regulatory Utility Commissioners). **Public Utility Depreciation Practices.** Washington, DC: National Association of Regulatory Utility Commissioners, 1996;

Nelson, Randy A. e Caputo, Michael R. *Price changes, maintenance and the ratio of depreciation.* **The Review of Economic and Statistics.** Vol. 79, No. 3, 1997, pp. 422-430;

Oliner, Stephen D. *Constant-Quality price change, depreciation, and retirement of mainframe computers* in Foss, Murray M., Manser, Marilyn E. e Young, Allan H. **Price Measurements and Their Uses.** Chicago, IL: University of Chicago Press, 1993;

Oliner, Stephen D. *New evidence on retirement and depreciation of machine tools.* **Economic Inquiry.** Vol. 34, No. 1, 1996, pp. 57-77;

Oliveira, Ângelo M. *Método comparativo–estatístico para avaliação de máquinas e equipamentos* in XII Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, Belo Horizonte, MG, 2003;

Peacock, David L. e Brake, John R. *What is used farm machinery worth?* **Michigan State University Agricultural Experiment Station Research Report no. 109**, 1970;

Penson Jr., John B., Hughes, W. e Nelson, Glenn L. *Measurement of capacity depreciation based on engineering data.* **American Journal of Agricultural Economics**. Vol. 59, No. 2, 1977, pp. 321-329;

Perry, Gregory M. e Glyer, J. David. *Durable asset depreciation: a reconciliation between hypotheses.* **The Review of Economic and Statistics**. Vol. 79, No. 3, 1990, pp. 524-529;

Preinreich, Gabriel A. D. *Annual survey of economic theory: The theory of depreciation.* **Econometrica**, V. 06, No. 03, 1938, pp. 219-241;

Ross, Charles F. *The problem of depreciation in the calculus of variations.* **Bulletin of the American Mathematical Society**. Vol. 34, No. 2, 1928, pp. 218-228;

Sabino, Alexandre G. *Proposta de uso conjunto do método de Caires e Ross-Heidecke de modo a complementar e aprimorar a metodologia tradicional de avaliação de máquinas e equipamentos.* Monografia (especialização). Curitiba, PR: IPOG, 2012;

Schweinzer, Paul. **Mathematical Methods for Economic Analysis**. Londres, UK: School of Economics, Statistics and Mathematics Birkbeck College, University of London, 2004;

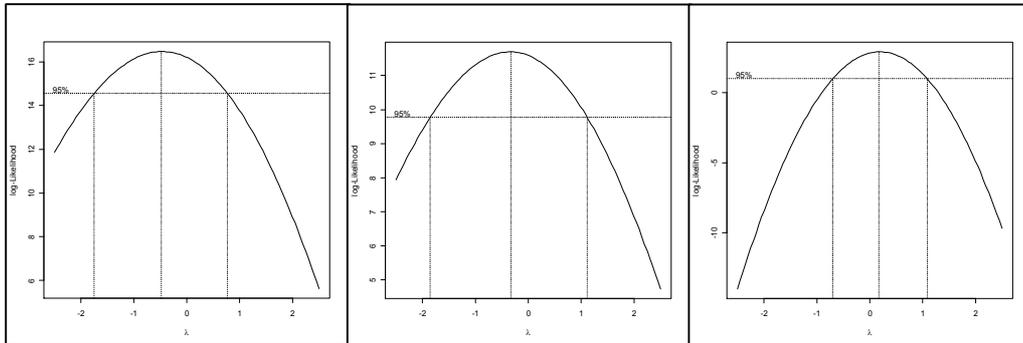
Tanguay, Marc. **Linking Physical and Economic Depreciation: A joint density Approach**. Ottawa, Canada: Statistics Canada, Micro-Economic Analysis Division, 2004;

Tukey, John. *One degree of freedom for non-additivity.* **Biometrics**. Vol. 5, No. 3, 1949, pp. 232-242;

Winfrey, Robley. **Bulletin 155. Depreciation of Group Properties**. Ames, Iowa: Iowa State University Press, 1942;

## APÊNDICE 1

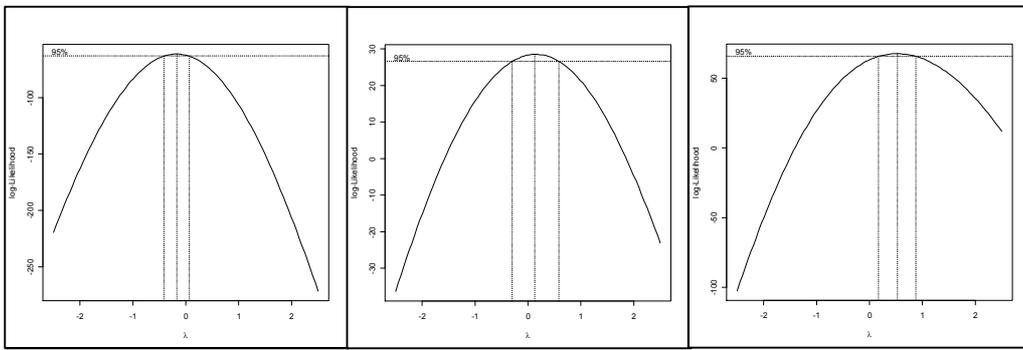
### GRÁFICOS LOG MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA x $\lambda$



Extrusora PP

Extrusora filme

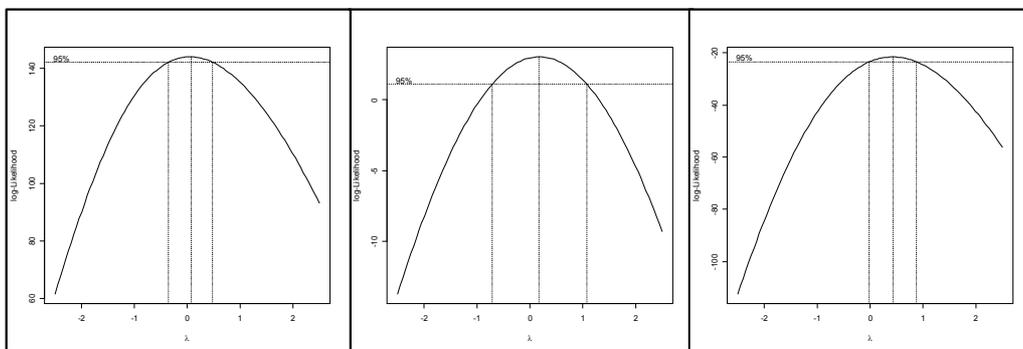
Impressora flexográfica



Injetora

Guindaste

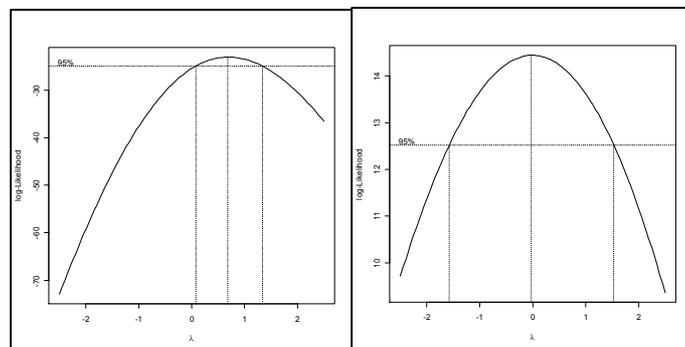
Empilhadeira



Motoscraeper

Motoniveladora

Impressora off-set



Automóvel

Avião